

Cestová a stromová šířka kubických grafov

ŠTUDENT: FILIP HUSÁR

ŠKOLITEL: DOC. RNDR. ROBERT LUKOŤKA, CSC.

Cestová dekompozícia

Cestová (lineárna) dekompozícia

- Množiny vrcholov – vrecia (bags) tvoria cestu
- Každá hrana je v nejakom vreci
- Každý vrchol sa nachádza v súvislom úseku vriec

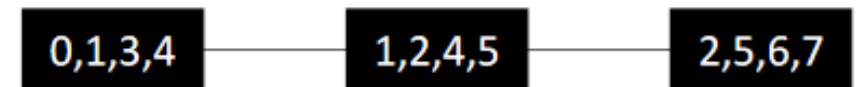
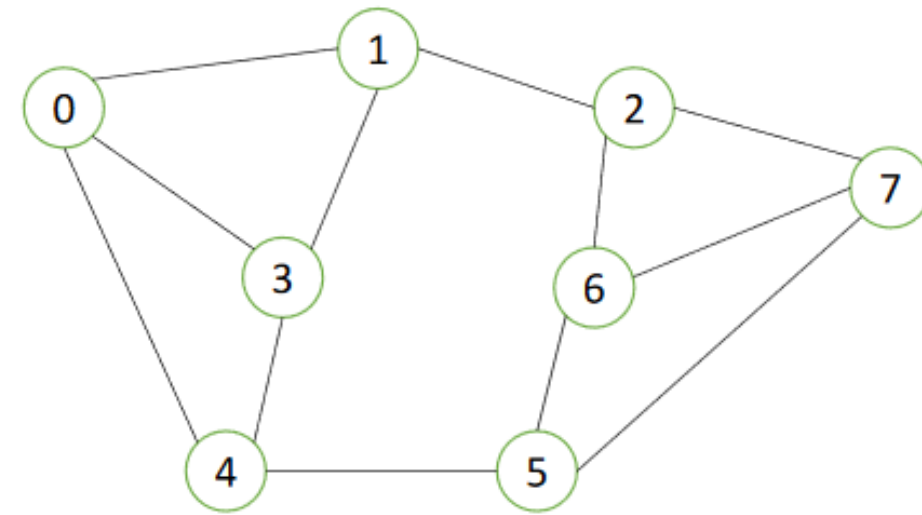
Šírka rozkladu

- $\max |V_i| - 1; i \in I$, kde I je cesta tvorená vreciami

Cestová šírka

- Minimálna šírka rozkladu

Stromová dekompozícia a šírka – vrecia tvoria strom



Cestová šírka: 3



Cestová šírka: 4

Motivácia

Riešiť niektoré inak NP-ťažké problémy efektívne

Základ mnohých asymptoticky najrýchlejších algoritmov

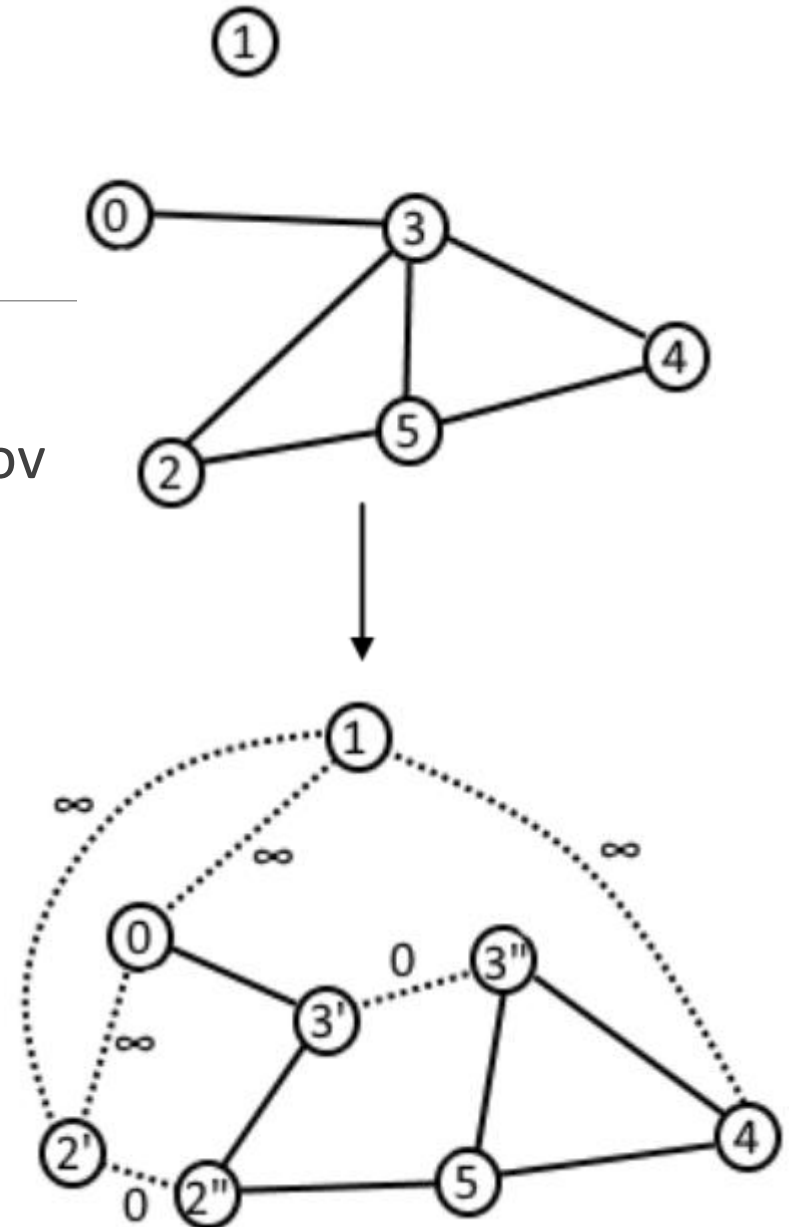
- Maximálny rez
- Maximálna nezávislá množina
- Minimálna dominantná množina

VLSI – Very-Large-Scale-Integration

Kompilácia programov

Prečo kubické grafy?

- Potenciálne najjednoduchšie protipríklady
- Vieme nimi odsimulovať prakticky ľubovoľné grafy



Články použité v práci

B.Monien, R.Preis – Upper bounds on the bisection width of 3- and 4-regular graphs

- Rozsiahle konštrukčné dôkazy liem a hlavnej vety (10 strán)
- **Veta:** Pre ľubovoľné $\varepsilon > 0$ existuje $n(\varepsilon)$ také, že šírka bisekcie 3-regulárnych grafov $G=(V, E)$ s $|V|>n(\varepsilon)$ je nanajvýš $(1/6 + \varepsilon)|V|$

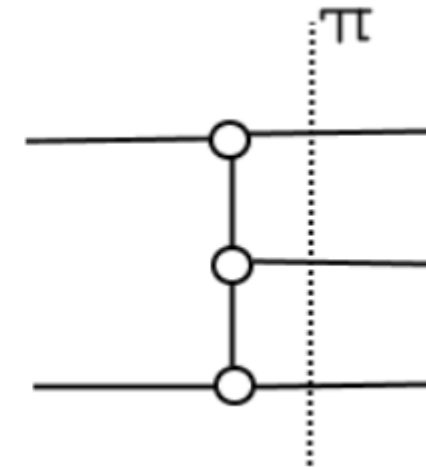
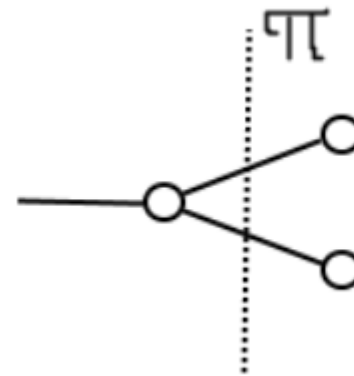
F.V.Fomin, K.Høie – Pathwidth of cubic graphs and exact algorithms

- Využíva poznatky predošlého článku
- **Veta:** Pre ľubovoľné $\varepsilon > 0$ existuje $n(\varepsilon)$ také, že pre každý 3-regulárny graf G , $|V(G)|>n(\varepsilon)$ existuje cestová dekompozícia so šírkou rozkladu nanajvýš $(1/6 + \varepsilon)|V(G)|$

Použitie článkov

1) Hľadanie bisekcie s ohraničenou šírkou

- Malé lokálne zlepšenia – presuny vrcholov
- Menšia zložitosť > presná bisekcia
- 2 fázy
 1. čo najmenšia šírka bisekcie – a nie veľký pomer veľkostí množín
 2. Zmenšovať pomer veľkostí pri zachovaní šírky bisekcie



2) Spraviť cestovú dekompozíciu 2 množín rozdelených rezom

- Rekurzívne
 - vrchol nemá suseda vonku
 - Vrchol má 1 suseda vonku
 - Vrcholy majú 2 alebo 3 susedov vonku
 - Ak je vrece malé, pridám vrcholy. Inak sa mimo vrece nachádza strom -> logaritmická dekompozícia

3) Spojenie – dekompozícia vrcholov pri reze

Výsledok práce

Implementácia – rozsiahly kód (cez 1800 riadkov zdrojového kódu)

Implementovaná dekompozícia má väčšinou veľmi dobre ohraničenú šírku rozkladu $(1/6) |V(G)|$

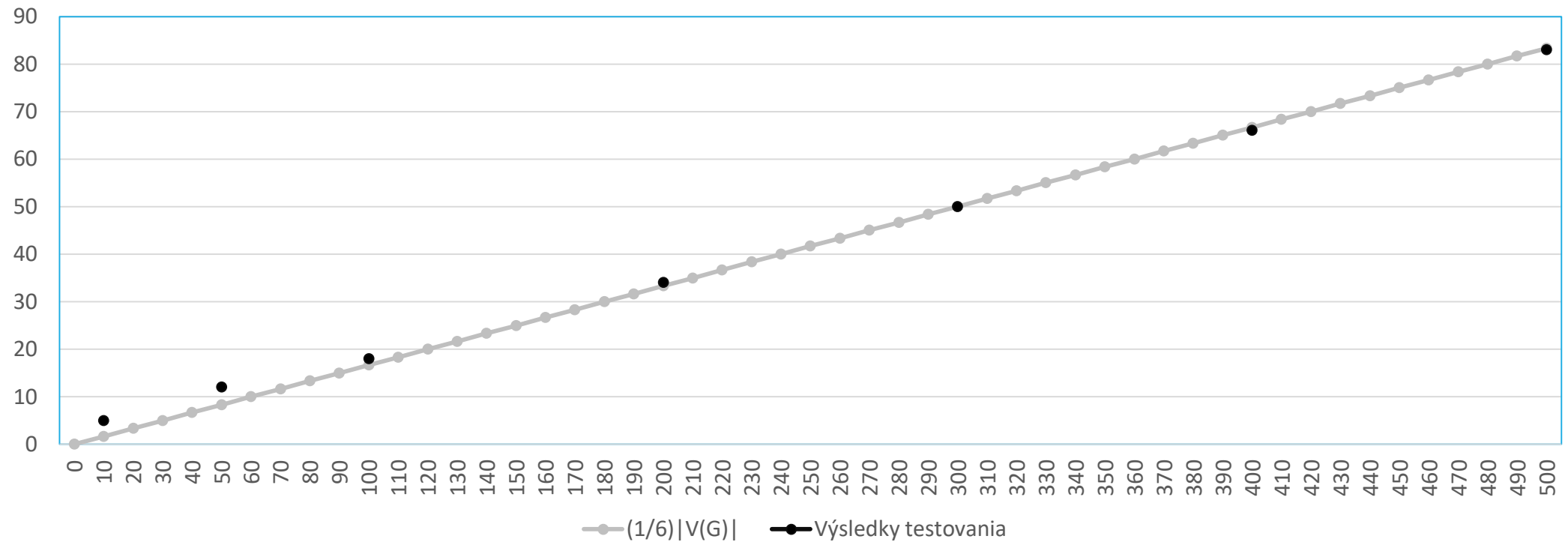
Možnosť overenia správnosti výstupu – dvojprechodovo

- Pre každú hranu overiť že je v nejakom vreci
- Pre každý vrchol overiť že mení ≤ 2 -krát svoj „stav“ – príslušnosť vo vreci

Formát vstupu – terminál alebo úprava kódu

Výsledok práce

Testovaná šírka cestovej dekompozície na náhodných kubických grafoch



Výsledok práce

Počet vrcholov	10	50	100	500	1000	2000	3000
Šírka dekompozície	5	12	18	83	167	332	500
$(1/6) V(G) $	1,66	8,33	16,66	83,33	166,66	333,33	500

Ďakujem za pozornosť