
Farebné množiny kubických 6-pólov

DÁVID PÁSZTOR, ŠKOLITEĽ: RNDR. ROBERT LUKOŤKA, PHD.

Základná terminológia

Kubický k-pól – graf, ktorý má práve k usporiadaných vrcholov stupňa 1 a všetky zvyšné vrcholy sú stupňa 3

Trčiace hrany – hrany incidentné s vrcholmi stupňa 1

Hraničné farbenie (stupňa n)

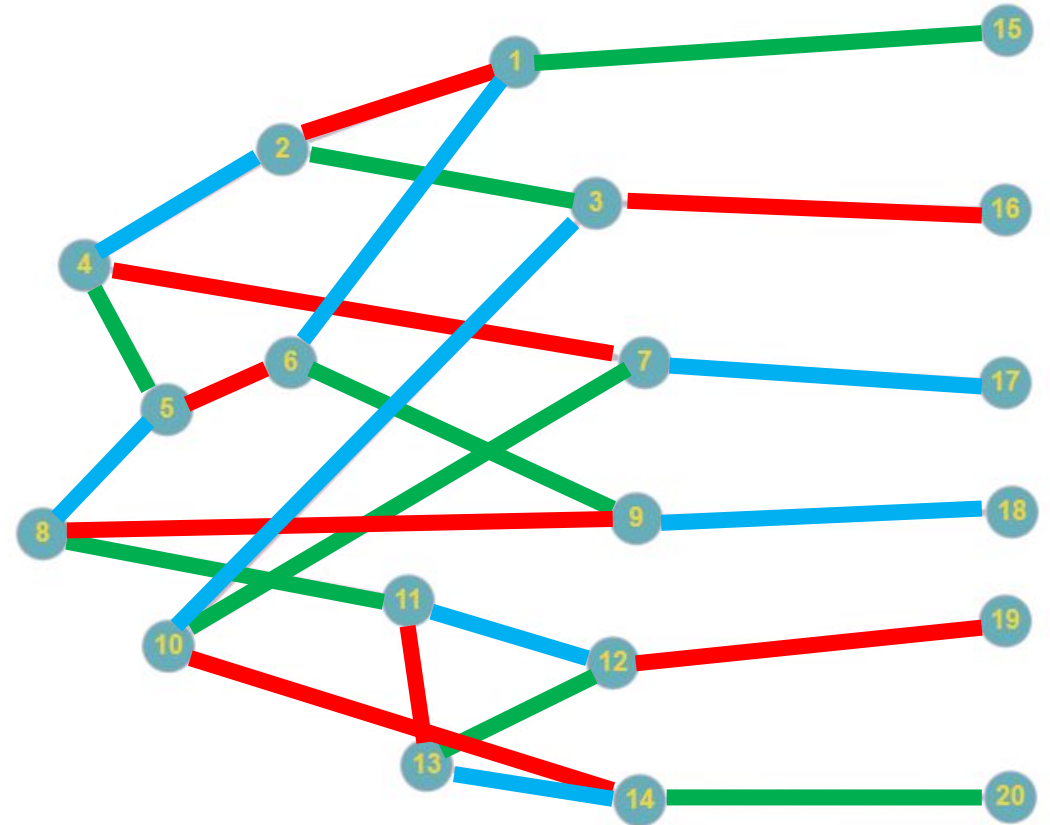
– prvok z $\{0, 1, 2\}^n$

Farebná množina (stupňa n)

– množina hraničných farbení

Realizovateľná farebná množina

– farebná množina, ktorá má graf

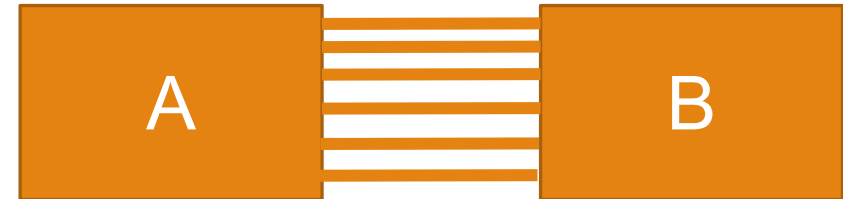


Základná terminológia, motivácia

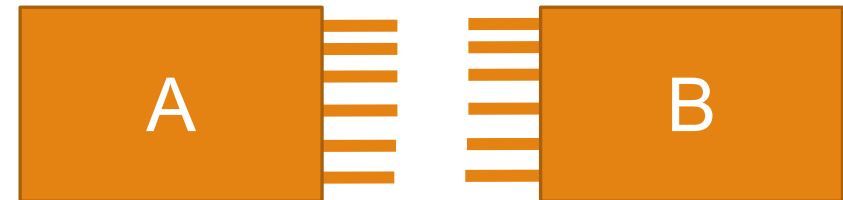
Snark – kubický graf, ktorý nie je 3- hranovo zafarbitelný

K-dekompozícia snarku

1.



2.



3.

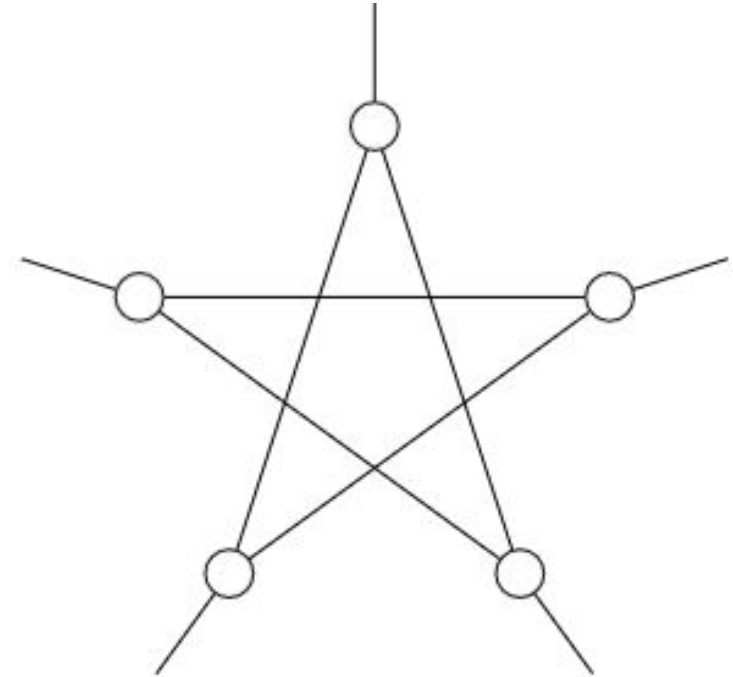


Motivácia

Veta o 4 farbách

↔

∃ planárny 5-pól, ktorého farebná množina je podmnožinou farebnej množiny 5-pólu na obrázku

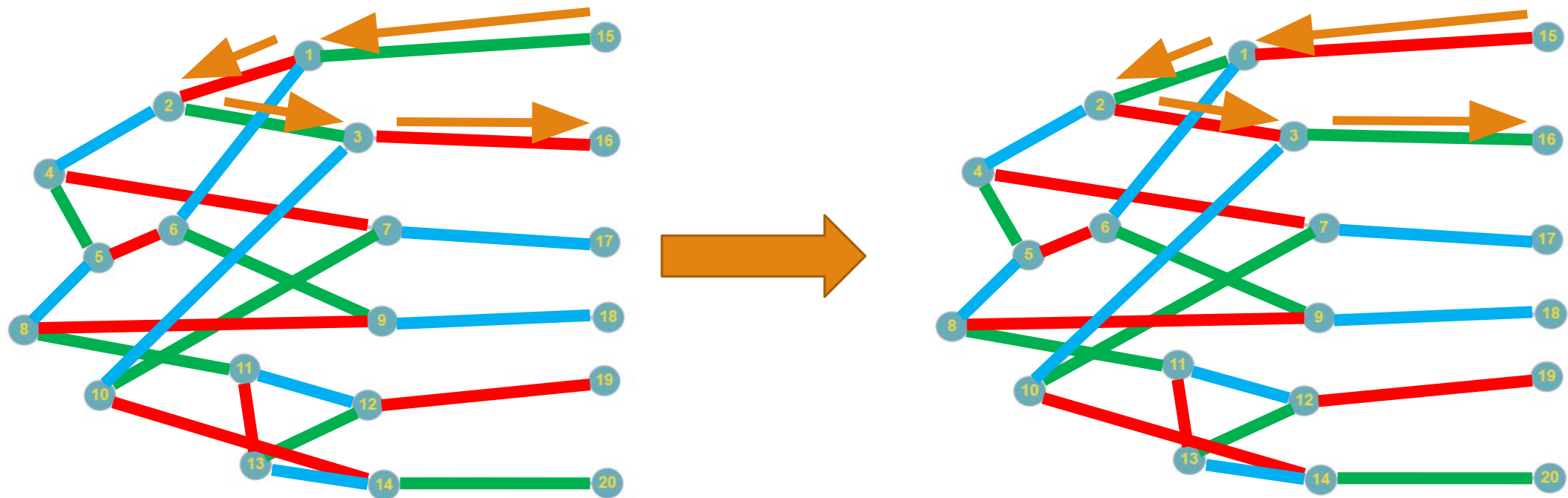


Prípustné farebné množiny

Paritná lema

Silno-kempe uzavretost'

C-ekvivalencia



SK-ekvivalencia

S-ekvivalencia = preusporiadanie hrán

K-ekvivalencia = rozdelenie farebných množín do tried podľa toho, s akými prípustnými farebnými množinami sú disjunktné

SK-ekvivalencia = tranzitívny uzáver zjednotenia s-ekvivalencie a k-ekvivalencie

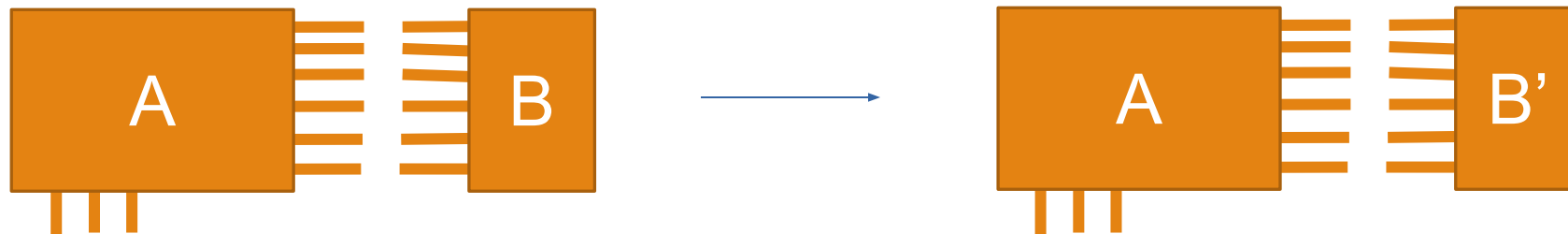
SK-ekvivalencia

S-ekvivalencia = preusporiadanie hrán

K-ekvivalencia = rozdelenie farebných množín do tried podľa toho, s akými prípustnými farebnými množinami sú disjunktné

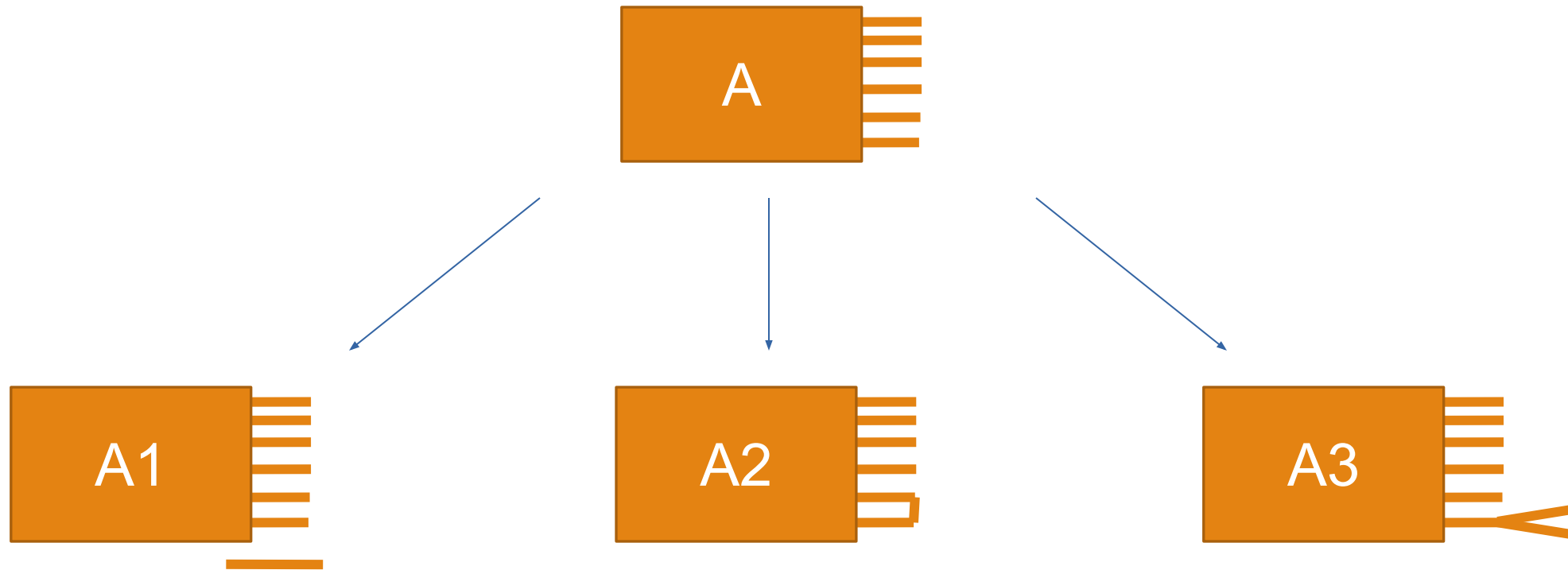
SK-ekvivalencia = tranzitívny uzáver zjednotenia s-ekvivalencie a k-ekvivalencie

výmena B za k-ekvivalentný B'
-> nový k-pól je k-ekvivalentný s pôvodným



Algoritmy na realizáciu farebných množín

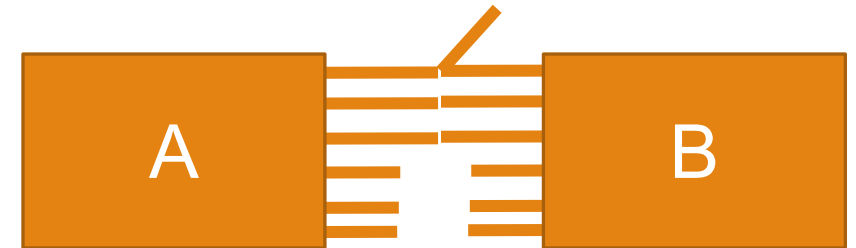
1. Rozširovanie farebnej množiny pridaním 1/2 hrán



Algoritmy na realizáciu farebných množín

2. Spájanie dvoch farebných množín do jednej

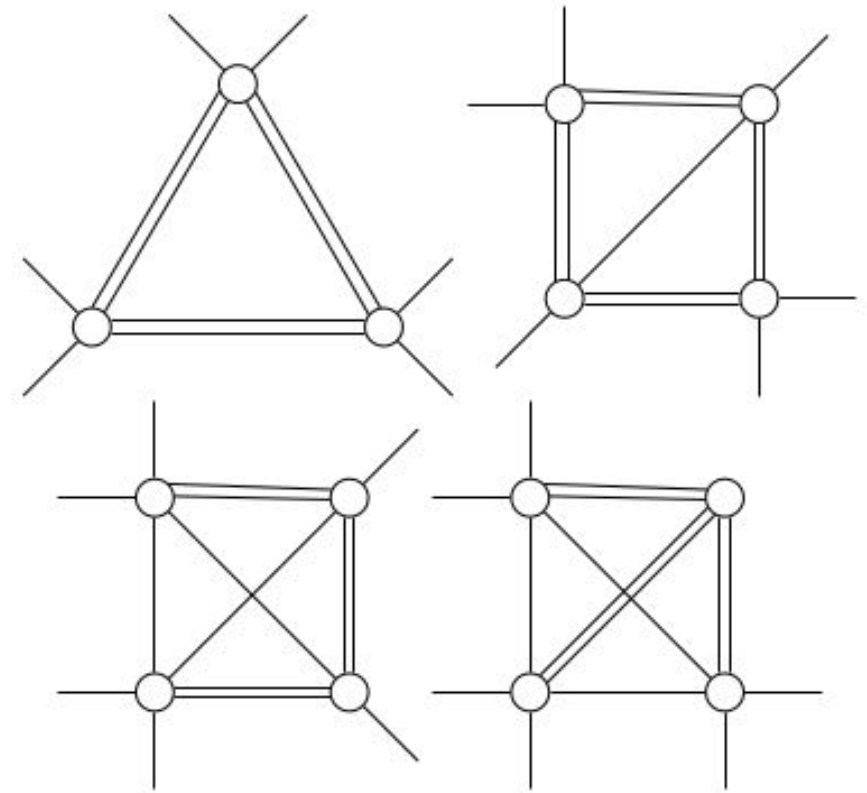
- spája vždy dvoch reprezentantov zo sk-ekvivalencie
- farebné množiny stupňa 4, 5, 6, 7
- pre stupeň 7 sme niektoré farebné množiny filtrovali



Algoritmy na realizáciu farebných množín

3. Spájanie farebných množín pomocou supergrafu

- vrcholy reprezentujú kubické 6-póly
- jeden supergraf teda popisuje jeden spôsob ako sa dá skupina kubických 6-pólov spojiť



Zhrnutie, porovnanie s doterajšími prácami

- našli sme 115 zo 170 reprezentantov sk-ekvivalencie
- nenájdene triedy reprezentantov predstavujú iba približne 0.1% prípustných farebných množín
- vytvorili sme čiastočne usporiadanú množinu reprezentantov sk-ekvivalencie
- 38 minimálnych prípustných farebných množín

Reakcia k posudkom

- 14 nájdených farebných množín postačujúcich na 6-dekompozíciu bolo zredukovaných na 9
- prvý algoritmus stačí nechať zbehnúť raz