

# Cestová a stromová šířka kubických grafov

---

ŠTUDENT:FILIP HUSÁR

ŠKOLITEĽ:DOC.RNDR.ROBERT LUKOŤKA, CSC.

# Cestová dekompozícia

Cestová (lineárna) dekompozícia

- Množiny vrcholov – vrecia (bags) tvoria cestu
- Každá hrana je v nejakom vreci
- Každý vrchol sa nachádza v súvislom úseku vriec

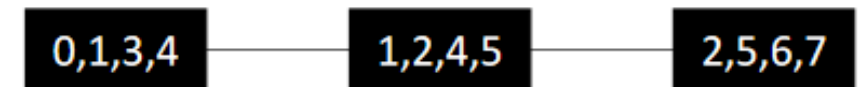
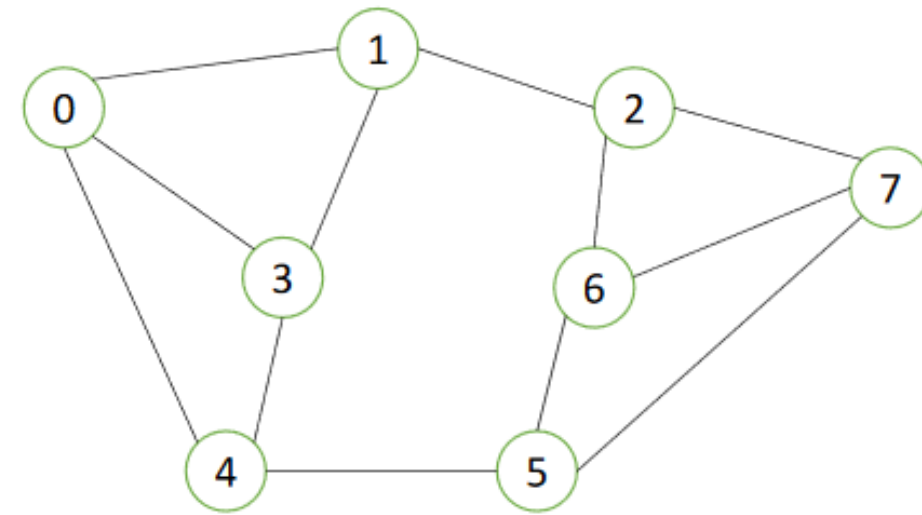
Šírka rozkladu

- $\max |V_i| - 1; i \in I$ , kde  $I$  je cesta tvorená vreciami

Cestová šírka

- Minimálna šírka rozkladu

Stromová dekompozícia a šírka – vrecia tvoria strom



Šírka rozkladu: 3



Šírka rozkladu: 4

# Motivácia

Riešiť niektoré inak NP-ťažké problémy efektívne

Základ mnohých asymptoticky najrýchlejších algoritmov

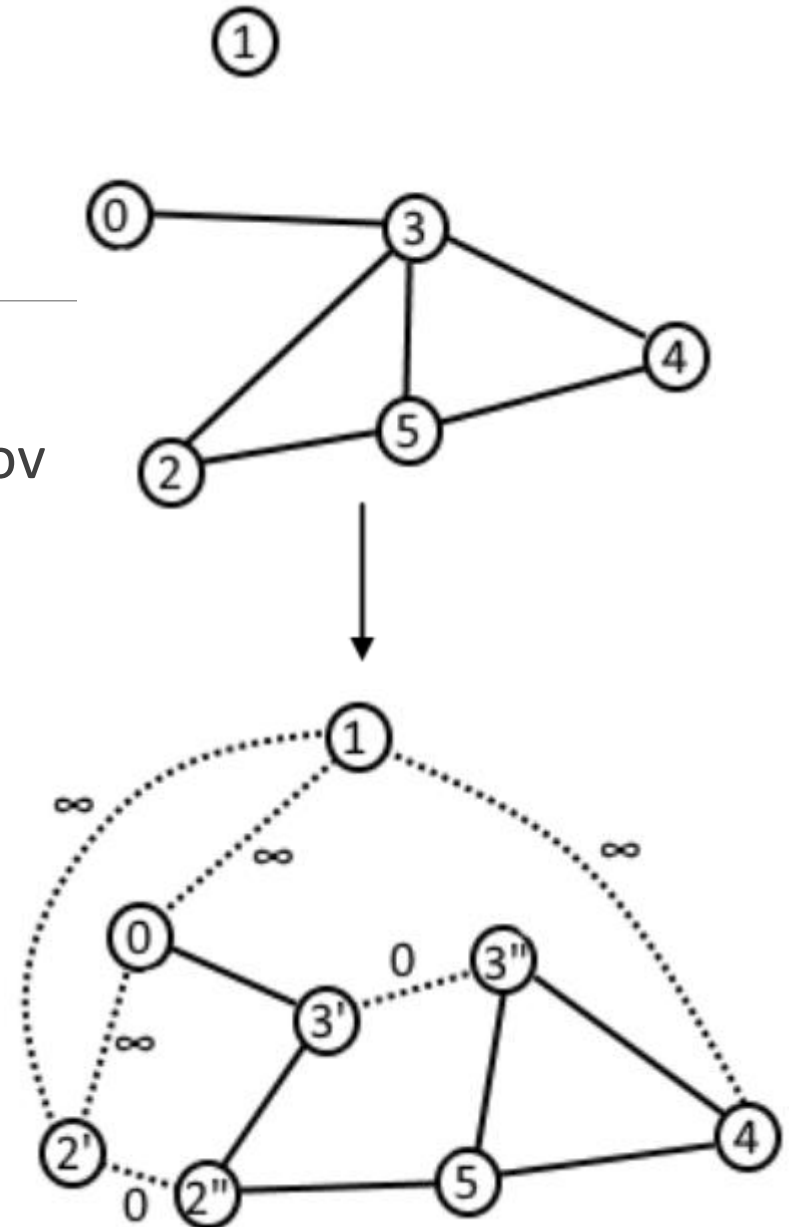
- Maximálny rez
- Maximálna nezávislá množina
- Minimálna dominantná množina

VLSI – Very-Large-Scale-Integration

Kompilácia programov

Prečo kubické grafy?

- Potenciálne najjednoduchšie protipríklady
- Vieme nimi odsimulovať prakticky ľubovoľné grafy



# Články použité v práci

---

B.Monien, R.Preis – Upper bounds on the bisection width of 3- and 4-regular graphs

- Rozsiahle konštrukčné dôkazy liem a hlavnej vety (10 strán)
- **Veta:** Pre ľubovoľné  $\varepsilon > 0$  existuje  $n(\varepsilon)$  také, že šírka bisekcie 3-regulárnych grafov  $G=(V, E)$  s  $|V|>n(\varepsilon)$  je nanajvýš  $(1/6 + \varepsilon)|V|$

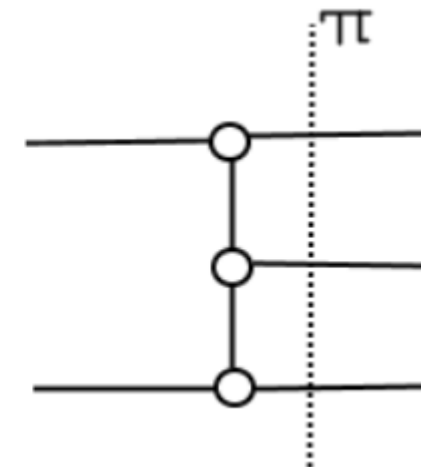
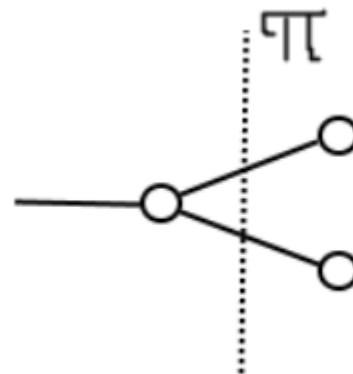
F.V.Fomin, K.Høie – Pathwidth of cubic graphs and exact algorithms

- Využíva poznatky predošlého článku
- **Veta:** Pre ľubovoľné  $\varepsilon > 0$  existuje  $n(\varepsilon)$  také, že pre každý 3-regulárny graf  $G$ ,  $|V(G)|>n(\varepsilon)$  existuje cestová dekompozícia so šírkou rozkladu nanajvýš  $(1/6 + \varepsilon)|V(G)|$

# Použitie článkov

## 1) Hľadanie bisekcie s ohraničenou šírkou

- Malé lokálne zlepšenia – presuny vrcholov
- Menšia zložitosť > presná bisekcia
- 2 fázy
  1. čo najmenšia šírka bisekcie – a nie veľký pomer veľkostí množín
  2. Zmenšovať pomer veľkostí pri zachovaní šírky bisekcie



## 2) Spraviť cestovú dekompozíciu 2 množín rozdelených rezom

- Rekurzívne
  - Vrchol nemá nespracovaného suseda
  - Vrchol má 1 nespracovaného suseda
  - Vrcholy majú 2 alebo 3 nespracovaných susedov
    - Ak je vrece malé, pridám vrcholy. Inak sa mimo vrece nachádza strom -> logaritmická dekompozícia

## 3) Spojenie – dekompozícia vrcholov pri reze

# Výsledok práce

---

Implementácia – rozsiahly program (cez 1800 riadkov zdrojového kódu) pre účely knižnice ba-graph

Implementovaná dekompozícia má väčšinou veľmi dobre ohraničenú šírku rozkladu  $(1/6) |V(G)|$

Formát vstupu – terminál, príp. priame používanie funkcií cez knižnicu

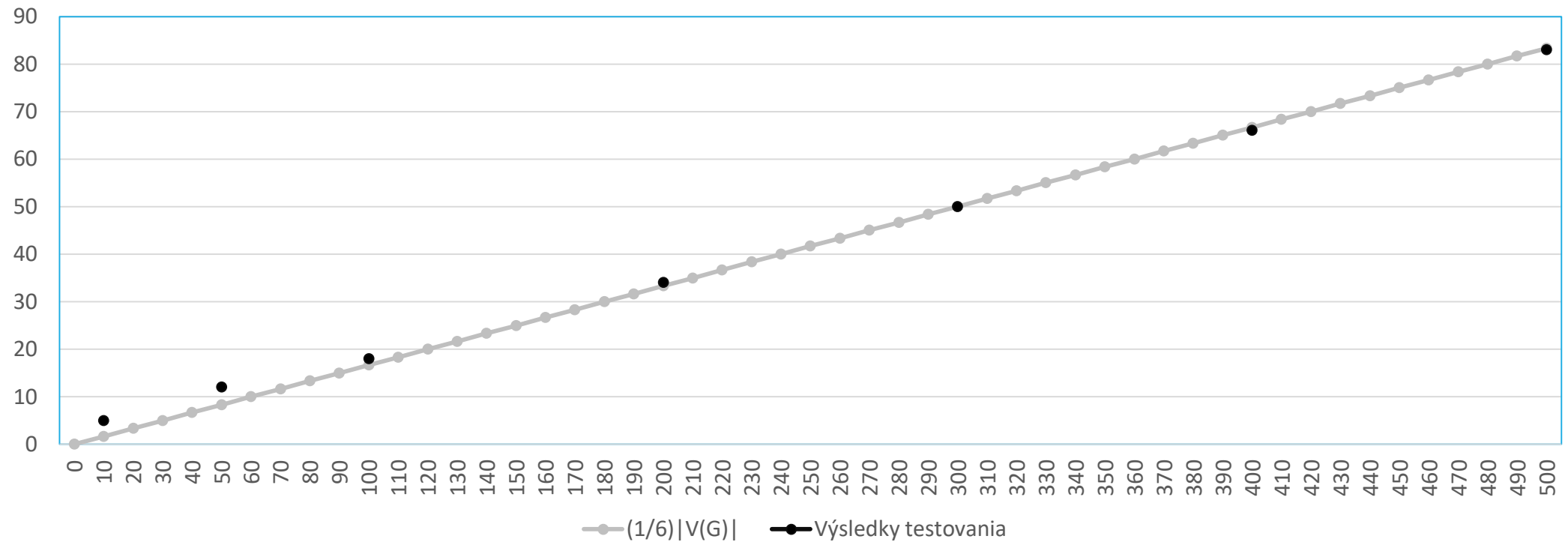
## Rozhrania

- umožňujú používateľovi nastaviť precíznosť dekompozície
- overenie či je výstup naozaj dekompozícia

Testovanie – rýchle a pomalé (veľké grafy a precízna dekompozícia)

# Výsledok práce

Testovaná šírka cestovej dekompozície na náhodných kubických grafoch



# Výsledok práce

Počet vrcholov	10	50	100	500	1000	2000	3000
Šírka dekompozície	4	11	17	83	167	334	500
$(1/6) V(G) $	1,66	8,33	16,66	83,33	166,66	333,33	500



---

Ďakujem za pozornosť