Neuniformné výpočtové modely

Ján Priner Rastislav Královič

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
Univerzita Komenského

2023

Neuniformita

Uniformita je vlastnosť výpočtových modelov, kde sa na spracovanie vstupov ľubovoľnej dĺžky používa to isté, konečne popísateľné zariadenie.

Pomocná informácia

Rada

- prefixovaná pred vstupné slovo
- na separátnej stope
- na separátnej páske

Poradná funkcia $h : \mathbb{N} \to \Gamma^*$

Pomocná informácia

Model

- Turingov stroj
- konečný automat
- zásobníkový automat
- ...

Dĺžka rady $|h(n)| = O(f(n))$

Príklad

$L = \{a^p \mid p \text{ je prvočíslo}\}$

- $h(n) = a$ ak n je prvočíslo
- $h(n) = b$ ak n nie je prvočíslo
- konečný automat akceptuje ak znak v rade je a

Náš model

- zásobníkový automat
- rada na dodatočnej páske
- jednosmerný pohyb na oboch páskach
- deterministické/nedeterministické

Triedy

Triedy jazykov ktoré možno akceptovať na zásobníkových automatoch s radou dĺžky $O(f(n))$

- CFL$/f(n)$
- DCFL$/f(n)$
- DCFL$/exp$ a DCFL$/poly$

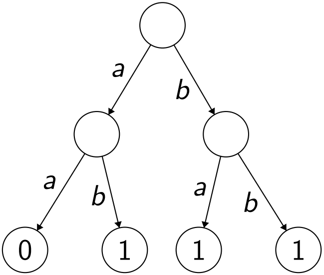
Triedy jazykov ktoré možno akceptovať na zásobníkových automatoch s binárnou radou konštantnej dĺžky

- CFL$/k$
- DCFL$/k$

Triedy

Trieda DCFL/*exp* obsahuje všetky jazyky.
Príklad:

- $L = \{a, b, ab, ba, bb\}$
- $h(2) = ((01)(11))$



Hierarchie podľa dĺžky rady

Diagonalizačné dôkazy

- Rady konštantnej dĺžky $\mathsf{CFL}/k \subsetneq \mathsf{CFL}/k+1$
- $\mathsf{SPACE}(1)/k+1$ je neporovnateľná s DCFL/k,
- $\mathsf{DCFL}/k+1$ je tiež neporovnateľná s CFL/k
- Ak $f(n) \in o(g(n))$, tak $\mathsf{CFL}/f(n) \subsetneq \mathsf{CFL}/g(n)$

Hierarchie podľa dĺžky rady

Veta 2.2. Pre každé $k \in \mathbb{N}$, existuje jazyk L_k taký, že L_k patrí do SPACE$(1)/k+1$, ale nepatrí do CFL$/k$.

$$L_k = \bigcup_{m=0}^{\infty} L_{k,m}$$

Nech A_m značí zásobníkový automat s kódom m (nekódujeme poradnú funkciu).
Za $L_{k,m}$ zvolíme vhodnú podmnožinu $\{b^l a^{m-l} \mid 0 \leq l < k+1\}$ (spomedzi 2^{k+1} možných podmnožín).

Hierarchie podľa dĺžky rady

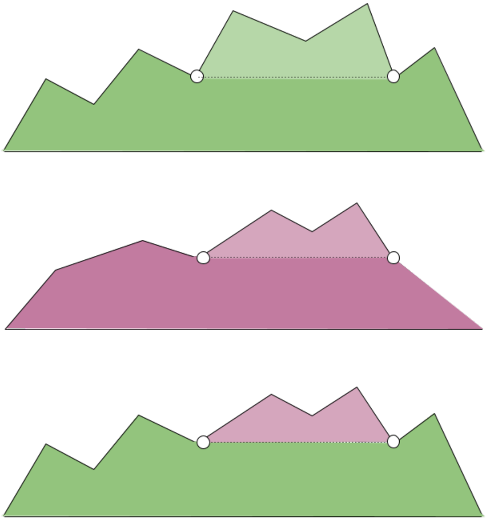
Veta 2.2. Pre každé $k \in \mathbb{N}$, existuje jazyk L_k taký, že L_k patrí do SPACE(1)$/k+1$, ale nepatrí do CFL$/k$.

- Konečný automat akceptujúci L_k sa posunie na toľký znak poradnej pásky koľko b bolo na vstupe, a podľa bitu na ktorom skončí akceptuje/neakceptuje (okrem toho ešte overí, že je slovo v správnom formáte overí).
- $k+1$ bitov rady automatu povie pre každé slovo z $\{b^l a^{m-l} \mid 0 \leq l < k+1\}$ či ho máme alebo nemáme akceptovať.

Uzáverové vlastnosti

Jazyk $\{x\#y\#x^R\#y^R \mid x, y \in \{a, b\}^*\}$ nepatrí do CFL$/f(n)$, ak $f(n)$ je subexponenciálna funkcia.

Uzáverové vlastnosti



Uzáverové vlastnosti

- CFL/$f(n)$ a DCFL/$f(n)$ nie sú uzavreté na prienik
  - $L_1 = \{x\#y\#x^R\#z \mid x, y, z \in \{a, b\}^*\}$
  - $L_2 = \{x\#y\#z\#y^R \mid x, y, z \in \{a, b\}^*\}$
  - $L_1 \cap L_2 = \{x\#y\#x^R\#y^R \mid x, y \in \{a, b\}^*\}$
- CFL/$f(n)$ je uzavretá na zjednotenie
- DCFL/$f(n)$ je uzavretá na komplement

$L_1 \cap L_2 = (L_1^C \cup L_2^C)^C$

- CFL/$f(n)$ nie je uzavretá na komplement
- DCFL/$f(n)$ nie je uzavretá na zjednotenie
- CFL/*poly* je uzavretá na zreťazenie a Kleeneho uzáver

Diskusia

Detekcia zacyklenia

V stave máme dve počítadlá

- nárast výsky zásobníku od kedy hlavy zastali
- počet krokov od kedy hlavy zastali
- ak sa automat pohne na ktorejkoľvek páske, vynulujeme obe počítadlá
- ak by prvé počítadlo malo klesnúť pod nulu, vynulujeme obe počítadlá.