

## Úlohy ohľadom výrokov, logiky a iné.

1. Dokážte (pomocou pravdivostnej tabulky, alebo z axiom) nasledujúce tvrdenia:

- $A \vee \neg B$ ,
- $\neg(A \wedge \neg A)$ ,
- $\neg(A \wedge B) \leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$ ,
- $\neg(A \vee B) \leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$ ,
- $\neg\neg A \leftrightarrow A$ .

2. Z axiom pomocou pravidiel dokážte  $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$ .

**Rada do života:** Pri takomto “mechanickom” dokazovaní je dobré si uvedomiť, že vždy používame pravidlo *modus ponens*. Preto sa snažíme do axiom (ktoré sú implikácie) dosádzať také tvrdenia, aby sme na pravej strane mali to čo chceme dokázať a na ľavej strane niečo, čo je axioma, alebo čo vieme dokázať. Tiež je dobré mať axiomy vypísané a mať ich pred očami. Len málo profesionálov si ich dokáže zapamätať len tak, na prvý kuk. ♡

3. Z axiom pomocou pravidiel dokážte  $A \rightarrow A$ .

*bonus1.* Z axiom pomocou pravidiel dokážte  $\neg\neg A \rightarrow A$ .

4. Znegujte nasledujúce výrazy

- $\forall x \exists y \forall z (\exists u (p(x, y, z, u)) \vee \forall u (\neg p(x, y, z, u)))$ ,
- $(\forall x \forall \varepsilon \exists \delta (x \in (a - \delta, a + \delta) \rightarrow f(x) \in (f(a) - \varepsilon, f(a) + \varepsilon))) \leftarrow (\forall a (\clubsuit(a)))$ ,
- $(\forall a) \left( ((\exists y)(y^y = y)) \rightarrow ((\forall x)(x > 0) \leftrightarrow (\forall y)(a^y \geq a)) \right)$ .

5. Zapište iba pomocou  $\rightarrow$  a  $\neg$  výrazy

- $A \leftrightarrow B$ ,
- $\neg(A \leftrightarrow B)$ .

*bonus2.* Predstavte si, že sa pred vami objavili dvaja kúzelný škriatkovia (nazvyme ich Čuk a Puk) a každý vám dá jednu ponuku:

*Čuk:* Povedzte nejakú vetu. Ak bude pravdivá, dostanete desať zlatiek. Ak však bude nepravdivá, dostanete buď menej, alebo viac ako desať zlatiek, určite ich však nedostanete desať.

*Puk:* Povedzte vetu. Bez ohľadu na jej pravdivosť dostanete viac ako desať zlatiek.

Vybrať si môžete len jednu ponuku. Ktorú si vyberiete, aby ste získali čo najviac zlatiek? A akú vetu poviete?

**Nový pojem 1** Výraz je v konjunktívnom normálnom tvare, ak vyzerá nejak takto:

$$(\text{čosi}) \wedge (\text{čosi}) \wedge \dots \wedge (\text{čosi})$$

pričom každé čosi sa skladá z niekoľkých prvotných formúl (už len písmenka), alebo ich negácií medzi ktorými je  $\vee$ . Takže napríklad výraz

$$(A \vee B \vee \neg C) \wedge \neg B \wedge (\neg A \vee \neg B \vee \neg C)$$

je v konjunktívnom normálnom tvare.

6. Vyjadrite v konjunktívnom normálnom tvare

a)  $A \leftrightarrow B$ ,

b)  $\neg(A \leftrightarrow B)$ .