Cvičenie 6

Príklad 6.1.

Na vstupe máte konvexný n-uholník, zadaný pomocou súradníc jeho vrcholov. Vstup ďalej obsahuje k bodov v rovine, zadaných pomocou súradníc. Pre každý bod zistite, či leží vo vnútri daného n-uholníka.

(Opakovanie) Polynomiálna redukcia úlohy A na úlohu B ($A \leq_p B$)

```
def solve_A(instance):
    instance_B = transform_instance_A_to_B(instance)
    result = solve_B(instance_B)
    return result

def transform_instance_A_to_B(instance):
    ... # polynomial time transformation

def solve_B(instance):
    ...
```

(Opakovanie) Polynomiálna redukcia a trieda $\mathcal{P}$

Ak vieme polynomiálne redukovať úlohu A na úlohu B, tak platí:

1. Ak úloha B má (deterministicky) polynomiálne riešenie, tak aj úloha A má polynomiálne riešenie (z podstaty redukcie):

$$A \leq_p B \vDash B \in \mathcal{P} \Rightarrow A \in \mathcal{P},$$

2. Ak úloha A nemá (deterministicky) polynomiálne riešenie, tak ani úloha B nemá polynomiálne riešenie (obratená implikácia):

$$A \leq_p B \vDash A \notin \mathcal{P} \Rightarrow B \notin \mathcal{P}$$

Príklad 6.2.

Dokážte, že platí CLIQUE $\leq_p$ SAT!
CLIQUE: obsahuje daný graf úplný podgraf (klika) veľkosti aspoň k?

Príklad 6.3.

Dokážte, že platí 3-SAT $\leq_p$ SUBSET-SUM!
SUBSET-SUM: Existuje podmnožina čísel $s_1, \ldots, s_n$ so súčtom presne t?

(Opakovanie) Optimalizačné úlohy a vzťah s triedou $\mathcal{NP}$

Pre minimalizačnú úlohu U vieme definovať *hraničnú* rozhodovaciu úlohu A "Má daný vstup riešenie s cenou nanajvýš k?" (obdobne pre maximalizačné úlohy). Hovoríme, že optimalizačná úloha U je $\mathcal{NP}$-ťažká, ak jej hraničná rozhodovacia úloha A je $\mathcal{NP}$-ťažká.