

Pokyny pre riešenie teoretickej domácej úlohy

POZOR: Táto úloha je **teoretická**. Tieto pokyny sa preto líšia od predchádzajúcich pokynov, pozorne si ich teda prečítajte.

Cieľom tejto úlohy je pripraviť vás na záverečnú písomku, ktorá bude prevažne teoretická. Nemá žiadnu praktickú časť, úloha sa teda nedá testovať a odovzdávať na testovači.

V tejto úlohe odovzdávate primárne **slovný popis riešenia**, v ktorom spíšete ako a prečo vaše riešenie funguje. Riešenie by malo obsahovať slovný popis myšlienky algoritmu, odôvodnenie správnosti vášho riešenia a odhad časovej a pamäťovej zložitosti.

Okrem toho napíšete aj **program** (v ľubovoľnom rozumnom programovacom jazyku), ktorý vašu myšlienku implementuje. Tento program sa nebude testovať, primárne bude slúžiť na to, aby sme vedeli pozrieť či vaše riešenie viete aj (zhruba) naimplementovať. Na prípadné chyby v takomto programe sa preto pozeráme zhovievavo (napr. ak kvôli nejakej drobnej chybe vraciate zlý výsledok, ale používate správny postup, takéto riešenie sa dá stále považovať za správne). Program bude hodnotený zhruba päťnou bodov (ak teda neodovzdáte program k inak správne teoretickému riešeniu, získate nanajvýš 8 bodov).

Riešenie spíšujte elektronicky, výstupom musí byť .pdf súbor. Tento súbor spolu s naimplementovaným riešením skomprimujte do .zip súboru, ktorého **názov bude vaše AIS meno**. Tento zip pošlite do dátumu odovzdania na mail michal.anderle@fmph.uniba.sk.

Za teoretické riešenie môžete získať maximálne 10 bodov. Výhodou je, že je možné získať aj čiastkové body za nie úplne správne alebo efektívne riešenie. Takmer určite sa niečo oplatí poslať. Hodnotia sa najmä myšlienky a spôsob ich spísania.

Pozor, dobre spísané riešenie nepopisuje riadok po riadku program! Má ozrejmiť hlavné myšlienky, z čoho vyplývajú a prečo sú správne. Vhodnou inšpiráciou sú náčrty riešení v cvičeniach (akurát trochu rozvitejšie), prípadne učebné materiály k algoritmom (akurát stručnejšie).

Silne odporúčame odovzdať túto úlohu. Jednak za to získate takmer vždy nejaké body a ku každému riešeniu napíšeme aj slovný komentár, v ktorom vám povieme čo bolo zle, prípadne čo ste mohli spraviť lepšie, vrátane spôsobu spísania. Je to teda jedinečná príležitosť pripraviť sa na písomku.

V prípade nejasností sa obráťte na vyučujúceho (osobne alebo e-mailom).

Domáca úloha číslo 5

Termín odovzdania je 8.5.2025 do 23:55

Jožko má rád cifry 2 a 7, pokladá ich totiž za dobré znamenie. Je preto rád, keď nájde číslo, ktoré sa skladá iba z týchto cifier, teda napríklad 2272 alebo 77, takéto číslo nazýva *šťastné*. Aj dobrého však veľa škodí, preto si dáva pozor, aby okolo neho neboli dve rovnaké šťastné čísla.

Jožko má postupnosť n kladných celých čísel menších ako 10^9 . Chcel by z nich vybrať podpostupnosť (nie nutne súvislú) práve k čísel tak, aby sa medzi vybranými číslami nenachádzali dve rovnaké šťastné čísla. Koľko možností má na výber? Aby sme sa vyhli práci s veľkými číslami, zaujíma nás iba výsledok modulo $10^9 + 7$.

Dve podpostupnosti pokladáme za rôzne ak sa líšia výberom pozícií, nie nutne samotných hodnôt (pozri príklad vstupu).

Hodnotenie

Plných 10 bodov viete získať za riešenie, ktoré vie efektívne vyriešiť ľubovoľný vstup, kde $n \leq 10^5$. Hľadáte teda niečo s časovou zložitosťou o niečo horšou ako $O(n)$.

Až 7 bodov môžete získať za riešenia, ktoré sú efektívne pre $n \leq 10^5$ ak predpokladajú, že všetkých n čísel na vstupe je šťastných.

Až 5 bodov môžete získať za riešenie s časovou zložitosťou $O(nk)$.

2 body viete získať za ľubovoľné správne riešenie.

vstup

```
n=7 k=2  
2 4 27 4 27 72 1
```

výstup

```
20
```

Zo všetkých možných dvojíc, ktoré si môže vybrať nie je vhodná iba jediná – výber oboch čísel 27. Všimnite si, že nevyberáme podmnožiny čísel ale postupnosti. Preto musíme započítat napríklad dve možnosti podpostupností (4,1) – raz totiž vyberieme 4 na pozícii dva, druhýkrát 4 na pozícii štyri.