



Operačné systémy / Správa pamäte

Dušan Bernát

`bernat@fmph.uniba.sk`

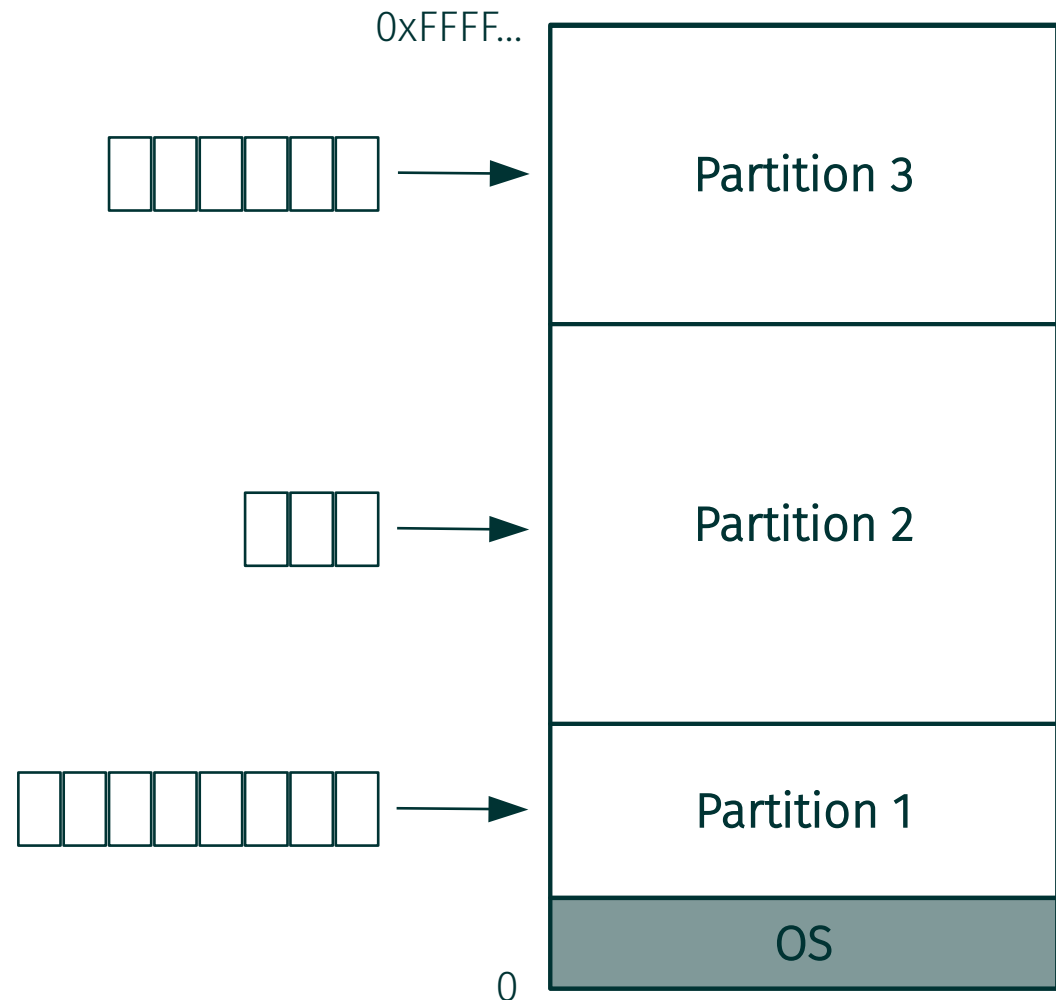
- História a motivácia, monoprogramovanie,
- úseky pevnej a premenlivej dĺžky, fragmentácia,
- stránkovanie, segmentácia,
- logický adresový priestor procesu, preklad logickej adresy na fyzickú,
- tabuľka stránok a jej realizácia,
- výpadok stránky,
- algoritmy výberu obete,
- swapovanie,
- page cache/buffer cache,
- malloc, overcommit, OOM killer,
- hierarchický pamäťový systém, princípy lokality.

Pamäť bez swapovania

- Pôvodne bol v pamäti len jeden program – monoprogramovanie.
 - Celú (fyzickú) pamäť využíval len jeden program a operačný systém (ROM).
 - Najjednoduchšia forma správy pamäte.
- Nerobili sa žiadne výmeny (*swapping*) obsahu na sekundárne médium.
 - Pokiaľ sa program do pamäte nezmestil, programátor ho mohol rozdeliť (*overlay*).
- Každý program sa zavádzal na tú istú adresu (relokácia nebola potrebná).
- Ochrana pamäte OS – zavedenie OS s každou úlohou, OS v ROM, podpora HW.
- Napríklad: kedysi MS DOS, dnes možno jednoduché vnorené systémy.
- Program zavedený do pamäte sa vykonával až kým sa neukončil, alebo kým nebol zablokovaný vstupno-výstupnou operáciou.
 - Procesor bol teda počas čakania na dokončenie V/V nevyužitý.
- Snaha o umiestnenie viacerých programov do pamäte bola motivovaná zvyšovaním využitia procesora.

- Pamäť bola pri štarte OS rozdelená na viacero **úsekov pevnej dĺžky** (segmenty), mohli byť aj rôzne veľké. Ich počet sa nemenil (len pri štarte).
- Novému procesu sa pridelí najmenší vhodný voľný úsek.
- Problémom je **interná fragmentácia** – program nemusí využiť všetku pridelenú pamäť. Táto časť pamäte je teda nevyužitá, ale alokovaná.
- **Relokácia** je potrebná v čase zavádzania (preklad adries, alebo nastavenie bázoového registra na začiatok prideleného úseku).
- **Ochrana** pred vzájomným prístupom môže byť realizovaná registrom pre limit.
- Každý úsek môže mať vlastný rad čakajúcich programov. Alebo môže byť jeden spoločný rad a ak nie je voľný menší úsek, môže sa prideliť aj väčší.
- Z pohľadu jedného úseku pamäte sa využívalo stále monoprogramovanie.
- Napríklad: IBM System/360 (MFT – Multiprogramming with Fixed number of Tasks).

- Nový proces sa pridá do radu podľa požadovanej veľkosti.
- Jednotlivé rady sú obsluhované FCFS.
- Procesorový čas sa delí medzi úlohy v pamäti.



- Nech každý proces v priemere polovicu času čaká na vstupno-výstupnú operáciu. Ako sa zmení využitie procesora, ak budú v systéme štyri procesy?

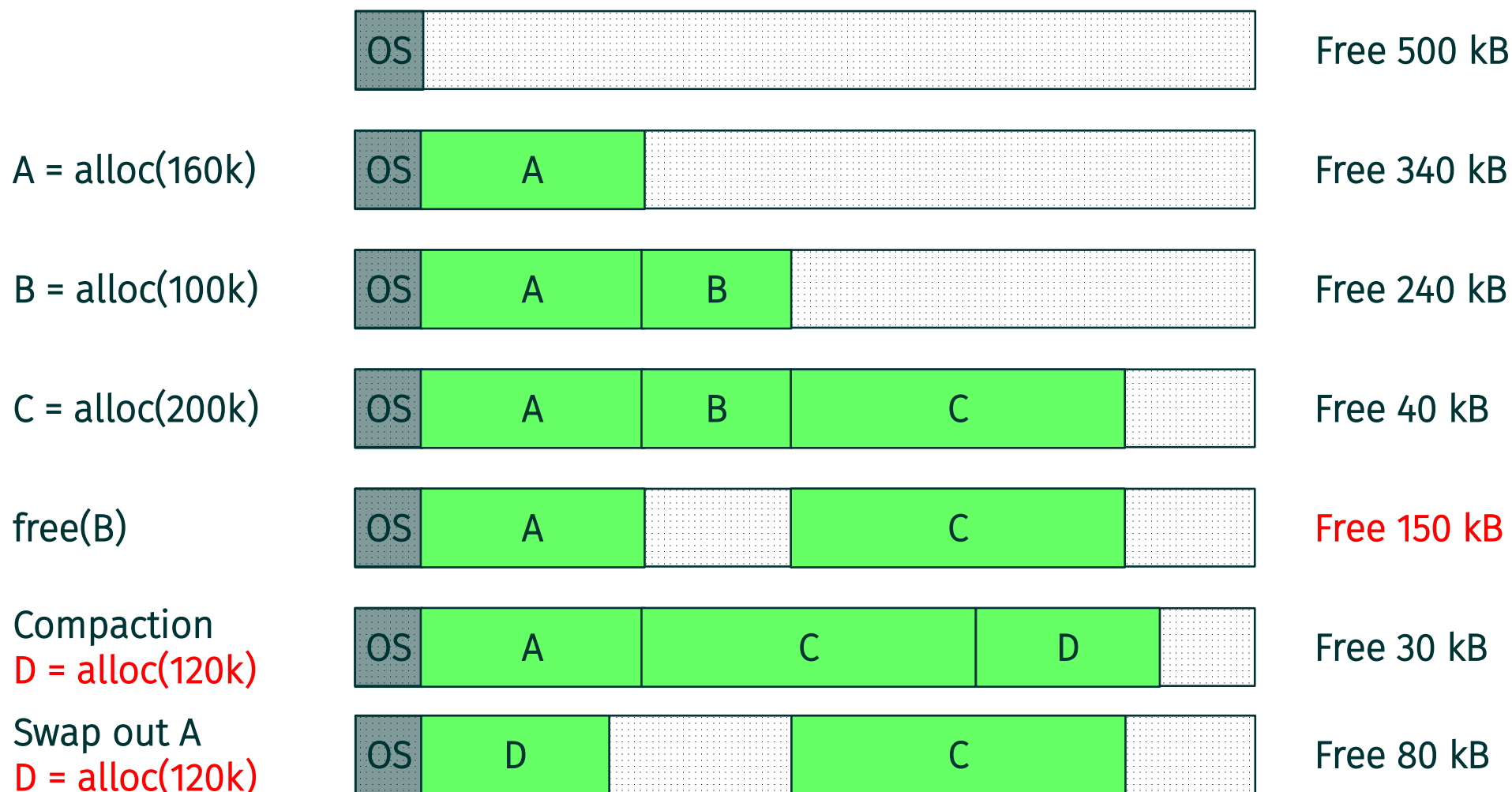
- Nech každý proces v priemere polovicu času čaká na vstupno-výstupnú operáciu. Ako sa zmení využitie procesora, ak budú v systéme štyri procesy?
- Pravdepodobnosť čakania na V/V: $p = 0.5$
- Využitie procesora – pravdepodobnosť, že procesor niečo robí ($u = 1 - p$).
- Pre jeden program: **$u_1 = 1 - p = 0.5$**
- Pravdepodobnosť, že všetkých n procesov čaká súčasne: $p^n = 0.5^4 = 1/16$
- Využitie pri n procesoch: **$u_n = 1 - p^n = 1 - 1/16 = 0.938$**
- Využitie procesora pri jednom procese je 50% a pri štyroch procesoch bude 93.8%.
- Prakticky to bude menej, lebo napríklad aj OS spotrebuje nejaký čas na prepínanie procesov.

Pamät' so swapováním

- Presúvanie celého procesu medzi hlavnou pamäťou a diskom sa nazýva výmena (*swapovanie*).
- Úseky prementlivej dĺžky – veľkosť a teda aj počet jednotlivých úsekov pamäte sa za behu mení. Umiestnenie segmentu tiež.
- Virtuálne aj fyzické adresy úseku sú súvislé (jeden blok).
- Program však môže byť presunutý na iné miesto. Potrebná je **relokácia** za behu.
- Interná fragmentácia je premenlivou dĺžkou pridelovaných úsekov eliminovaná.
- Voľná pamäť sa postupne rozdeľuje uvoľnenými úsekmi.
- Nevyužívané (malé) úseky pamäte medzi pridelenými úsekmi – **externá fragmentácia**.
- Napríklad: IBM OS 360 MVT (Multiprogramming with Varying number of Tasks), PDP-10 OS.

- Voľná pamäť je rozdrobená na malé časti medzi obsadenými úsekmi.
- Nevyužitelná voľná pamäť je mimo alokovaných oblastí.
- Časom môže nastať situácia, že už nie je možné obslúžiť prichádzajúce požiadavky, hoci v súčte je voľnej pamäte dosť.
- Riešenie:
 - **Kompaktifikácia** (kondenzácia) pamäte – obsadené úseky sa presunú vedľa seba a voľné miesto sa zlúči do jedného bloku.
 - Presúva sa celá alokovaná pamäť, je to príliš náročné.
 - Výmena (swap) – jeden proces sa (dočasne) odloží na disk, aby sa mohol zaviesť nový. Odkladá sa celý proces, zaberá súvislý úsek pamäte.
 - Ktorý sa vyberie? Dlho nečinný (zablokovaný). Dlho v pamäti.
- Oba prístupy tiež umožňujú aby sa segment za behu zväčšoval.

Príklad: Externá fragmentácia



- Systém s 1MB pamäte robí kondenzáciu jedenkrát za sekundu. Prenos jedného bajtu trvá 0.5 mikrosekundy. Priemerná dĺžka voľného bloku je 0.4 krát veľkosť priemerného prideleného úseku. Aká časť procesorového času sa spotrebuje na kondenzáciu? Ako často treba robiť kondenzáciu, aby sa nespotrebovalo viac ako 10% procesorového času?

- Systém s 1MB pamäte robí kondenzáciu jedenkrát za sekundu. Prenos jedného bajtu trvá 0.5 mikrosekundy. Priemerná dĺžka voľného bloku je 0.4 krát veľkosť priemerného prideleného úseku. Aká časť procesorového času sa spotrebuje na kondenzáciu? Ako často treba robiť kondenzáciu, aby sa nespotrebovalo viac ako 10% procesorového času?
- Kapacita pamäte – celková $M_C = 1MB$, voľná M_V , obsadená M_O
 - Platí: $M_C = M_V + M_O$, $M_V = 0.4 \cdot M_O \rightarrow M_O = M_C / 1.4 = \lfloor 2^{10} / 1.4 \rfloor = 748982 B$
- Doba prenosu
 - jeden bajt: $t_1 = 0.5 \mu s$,
 - celkovo: $t = M_O \cdot t_1 = 748982 \cdot 0.5 \cdot 10^{-6} = 0.375 s$.
- Perióda kondenzácií $T = 1 s$, z toho kondenzácia zaberie t / T , čo predstavuje **37.5 %**.
- $10\% \geq 100\% \cdot t / T \rightarrow T \geq 100 \cdot 0.375 / 10 = 3.75 s$
- Aby kondenzácia zabrala maximálne 10% času, môže sa robiť každých **3.75 s**.

Stratégie alokácie

- Operačný systém musí vedieť, ktoré časti pamäte sú voľné a ktoré obsadené.
- Bitové mapy (tabuľky)
 - Každá časť (alokačná jednotka) má v tabuľke binárny záznam, voľná/obsadená.
 - Čím menšie bloky, tým efektívnejšie sa pamäť využíva (zaplnenie posledného bloku, interná fragmentácia). Zároveň rastie veľkosť tabuľky.
 - Pri novej požiadavke je potrebné prehľadávať tabuľku a nájsť súvislú postupnosť núl, zodpovedajúcu veľkosti požiadavky.
 - Prehľadávanie tabuľky je drahé.
- Zoznamy segmentov (voľný/obsadený, začiatok, veľkosť)
 - Môže byť usporiadaný podľa adries. Pri uvoľňovaní sa ľahko nájdu susedia a zlúčia sa. Výhodnejší môže byť dvojito zreťazený zoznam.
 - Pri alokácii sa nájde dostatočne veľký segment a rozdelí sa.

- *First fit* (FF)
 - Prehľadáva zoznam a použije prvý voľný segment s dostatočnou veľkosťou.
 - Rýchly, jednoduchý.
- *Next fit* (NF) – alebo tiež *Circular First Fit*, nezačína vždy od začiatku.
- *Best fit* (BF)
 - prehľadáva celý zoznam a použije voľný segment s najbližšou veľkosťou.
 - Vytvára veľa veľmi malých a teda nepoužiteľných voľných blokov.
 - *First fit* vytvára väčšie voľné bloky, čo je výhodnejšie.
- *Worst fit* (WF)
 - prehľadáva vždy celý zoznam, použije voľný segment ktorý vytvorí najväčší voľný blok.
 - Pomalší než BF, ten skončí ak nájde segment s presnou veľkosťou.
 - Rozdeľuje veľké bloky, takže veľké úlohy nebude možné umiestniť.

- Pre urýchlenie prehľadávania je možné použiť samostatné zoznamy pre alokované segmenty (procesy) a voľné segmenty pamäte.
- Pri alokácii stačí prehľadávať zoznam voľných.
- Uvoľňovanie je však pomalšie, pretože musia byť modifikované oba zoznamy.
- Zoznam voľných segmentov môže byť usporiadaný podľa veľkosti (nie adresy).
- Je možné tiež použiť samostatné zoznamy pre rôzne často používané veľkosti segmentov (*Quick Fit*).
 - Hľadanie voľného miesta je veľmi rýchle.
 - Podobne ako pri ostatných s usporiadaním podľa veľkosti, uvoľňovanie segmentu je náročné. Aby fungovalo dobre, musí vyhľadať a zlúčiť susedné voľné segmenty.

- Udržujú sa zoznamy voľných segmentov s veľkosťou mocnín dvojky.
- Bloky ležiace za sebou tvoria dvojice.
- Pri príchode novej požiadavky sa veľkosť zaokrúhli hore, k najbližšej mocnine 2 a použije sa segment z príslušného zoznamu (ako pri QF).
- Ak je tento zoznam prázdny, nájde sa najbližší vyšší a rozdelí sa na dve časti (ak treba, aj viackrát).
- Pri uvoľnení segmentu sa skontroluje, či je dvojica tiež voľná. Ak áno, zlúčia sa a presunú do vyššieho zoznamu (ak sa dá, aj viackrát).
 - Rozdeľovanie a zlučovanie sa robí rekurzívne. V najhoršom prípade však bude veľa zlučovaní nasledovať veľa delení.
- Tvorí základ aj pre alokáciu blokov fyzickej pamäte (stránok) v OS Linux.

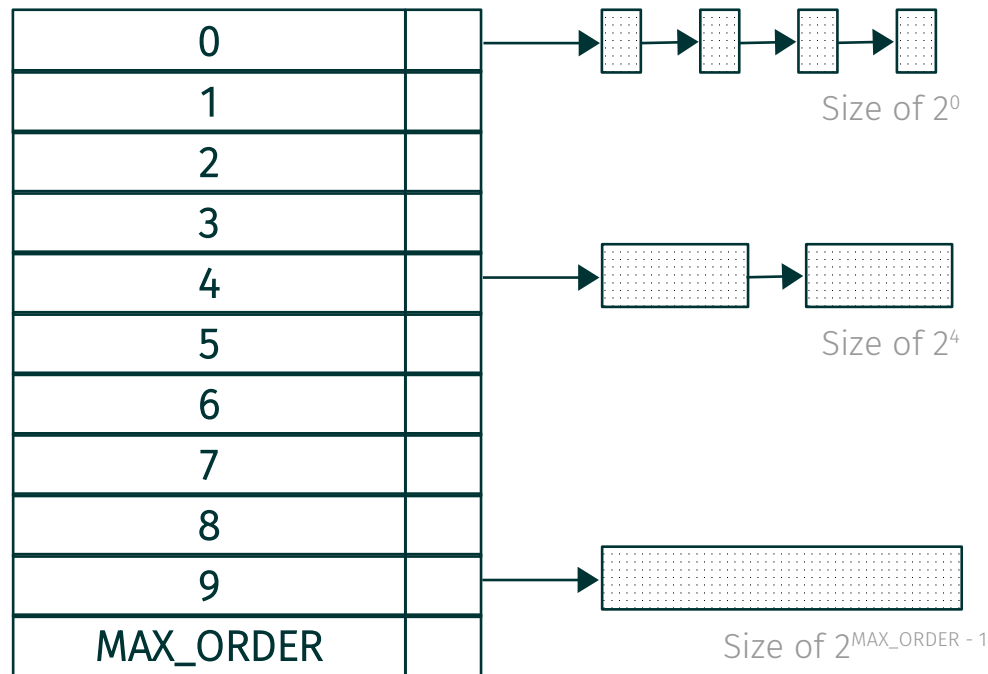
- Linux využíva bitovú mapu aj zoznam voľných blokov.
 - Jeden bit na každú dvojicu blokov (úspora pamäte).
 - Hodnota sa invertuje pri každej alokácii alebo uvoľnení jedného z nich.
 - Hodnota je 0 ak sú oba bloky voľné, alebo oba obsadené, 1 ak je jeden z dvojice obsadený.
- Pri uvoľňovaní je jasné, že aspoň jeden (práve uvoľnený) je voľný. Ak je hodnota príslušného bitu po invertovaní 0, oba musia byť voľné a môžu sa zlúčiť a preniesť do zoznamu väčších blokov.
 - Adresa oboch blokov v dvojici je zhodná, líši sa len v najnižšom bite ktorý nie je trvale nulový.
- Ak počet voľných blokov klesne pod určitú hranicu, zobudí sa **kswapd** aby uvoľnil miesto odložením niektorých alokovaných častí na disk.

Delenie voľného bloku

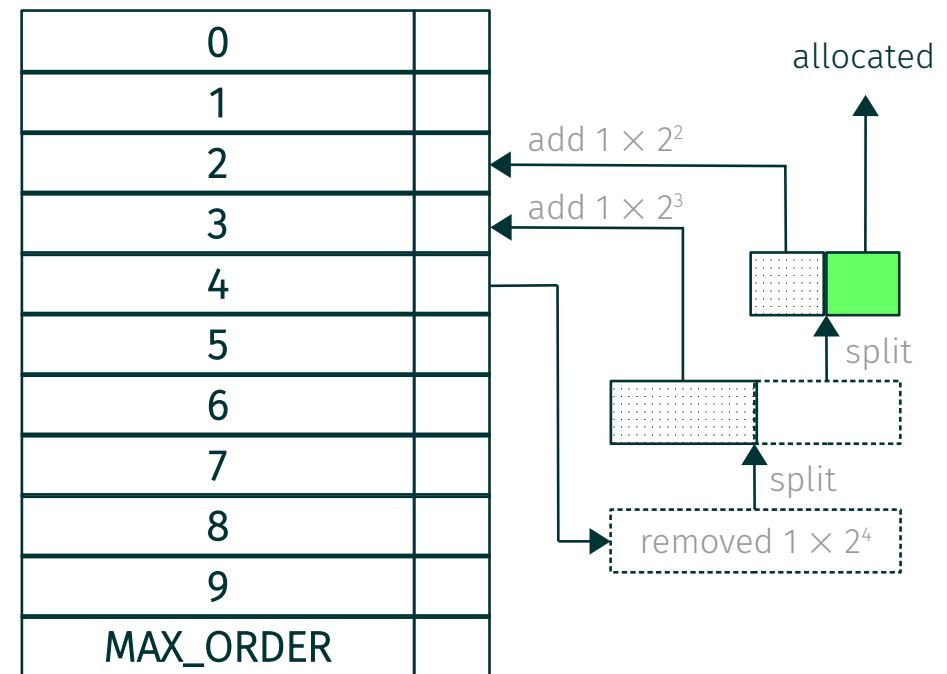


List of free blocks

Free blocks



List of free blocks



Virtuálna pamäť

- Pre všetky opísané systémy správy pamäte platí:
 - 1) Program zaberá vždy súvislý úsek fyzickej pamäte.
 - 2) Dôsledok: Veľkosť programu je obmedzená dostupnou fyzickou pamäťou.
- Programátor mohol rozdeliť kód do viacerých častí (*overlay*), pričom zabezpečil vždy nahratie tej časti, ktorá sa mala vykonávať.
 - Časť trvale prítomná v pamäti zabezpečovala funkcie zavedenia a nahradenia jednotlivých častí.
 - Je to zložité. Za všetko je zodpovedný programátor.
- Virtuálna pamäť odstraňuje obe obmedzenia a prináša ďalšie výhody.
 - Správa pamäte je realizovaná v OS.

- **Virtuálna pamäť:** Proces (programátor) pracuje so súvislým adresovým priestorom, ktorý je operačným systémom mapovaný do fyzickej pamäte.
- Preklad virtuálnych adries na fyzické je pre proces transparentný.
 - Mapovanie môže byť v podstate ľubovoľné.
 - **Relokáciu** vo fyzickej pamäti rieši operačný systém.
 - Proces nemusí byť v súvislom úseku fyzickej pamäti. Umožňuje to eliminovať externú fragmentáciu. Vďaka prekladu adries je možné alokovať celú fyzickú pamäť.
- OS môže pri preklade kontrolovať hranice úsekov. Rieši problém **ochrany** pamäte pridelenej jednotlivým procesom.
- Keďže preklad adries sa robí pri každom prístupe do pamäte, musí byť efektívny.
 - Efektívna implementácia virtuálnej pamäte vyžaduje podporu hardvéru.
 - Preklad adries robí jednotka procesora MMU (*Memory Management Unit*), ktorá generuje fyzické adresy.

- Mapovať každú jednu adresu samostatne by bolo príliš náročné.
- Virtuálny adresový priestor je rozdelený na súvislé bloky rovnakej dĺžky (mocniny dvoch) – stránky (*Page*).
 - Typická veľkosť stránky je 4kB.
- Fyzická pamäť je analogicky rozdelená na rovnako veľké bloky – stránkové rámy (*Page Frame*).
- Virtuálna adresa konkrétneho slova obsahuje číslo stránky a posunutie (*offset*) od začiatku stránky.
- Mapovanie priradzuje stránkovým rámom stránky a je realizované tzv. tabuľkou stránok.
 - Indexom do nej je číslo stránky, obsahuje položku (*Page Table Entry*) s číslom stránkového rámu a príznakmi (napr. *present/absent*, *valid*, *dirty bit*, ...).
- Každý proces má vlastný virtuálny adresový priestor a teda aj vlastnú tabuľku stránok.

- Stránkovanie nie je to isté ako stránkovanie na požiadanie.
 - *(non-demand) paging* $\neq$ *demand paging*
- Pri stránkovaní (*paging*) musí byť celý vykonávaný proces v pamäti.
- Stránkovanie samo o sebe **rieši externú fragmentáciu** (netreba kompakciu).
 - Celá fyzická pamäť je rozdelená na stránky ktoré môžu byť alokované a teda nie je žiadna nevyužitá voľná pamäť.
 - Mapovanie vytvára súvislý virtuálny adresový priestor, hoci stránky môžu byť rozhádzané v rôznych stránkových rámoch.
- Vzniká **interná fragmentácia**, v priemere polovica stránky na proces.
- Nie je potrebný algoritmus hľadania vhodnej stránky na pridelenie, lebo všetky stránky sú rovnaké. Stačí zobrať prvú voľnú.
- Nie je potrebné spájať voľné miesto po uvoľnení stránky.

Stránkovanie na požiadanie

- Virtuálna pamäť umožňuje implementáciu stránkovania na požiadanie (*demand paging*).
- Proces sa môže vykonávať aj keď nie je v pamäti zavedený celý. Stačí ak je rezidentná len časť, ktorá je aktuálne potrebná. Nevyužívané stránky, môžu byť odložené na disk.
- Niektoré výhody:
 - Veľkosť procesu nie je obmedzená fyzickou pamäťou.
 - Umožňuje to zaviesť do pamäti ešte viac procesov, teda zvýšiť úroveň multiprocessingu a tiež využitie procesora.
 - Jednoduchšie pre používateľa, preklad adres je transparentný.
- Niektoré nevýhody:
 - Zložitejší operačný systém.
 - Čas vykonávania procesu sa môže meniť, nie je predvídateľný.
 - OS môže prideliť viac pamäte, než je dostupnej (*overcommitting*).
- V dnešných OS sa využíva predovšetkým tento systém správy pamäte.

- Virtuálna adresa obsahuje časť určujúcu stránku a posunutie slova od začiatku stránky.
 - Posunutie (*offset*) je určené spodnými bitmi adresy. Napr. Pri $4kB = 2^{12} B$ stránke musí mať adresa pre *offset* vyhradených 12 bitov.
 - Na 32-bitovom systéme by sme mohli mať $32 - 12 = 20$ bitov pre číslo stránky, čo umožňuje mať 2^{20} stránok. Stránkových rámov ovšem môže byť menej.
- Číslo stránky určuje položku v tabuľke stránok.
 - Pokiaľ je nastavený *present bit*, použije sa číslo stránkového rámu na výpočet fyzickej adresy.
 - Číslo stránkového rámu môže byť zhodné s jeho fyzickou adresou.
 - *Offset* stačí pripočítať, nemení sa, keďže stránky a rámy sú rovnako veľké.

- Ak *present bit* v PTE nie je nastavený, nastáva tzv. výpadok stránky (*page fault*).
 - Procesor odovzdá riadenie obsluhu výnimky, teda OS.
- Ak nie je nastavený *valid bit*, adresu nie je možné preložiť, pretože daná virtuálna adresa nezodpovedá alokovanej oblasti.
 - Operačný systém pošle procesu signál SIGSEGV.
- Ak je adresa platná, ale stránka nie je v pamäti, nájde sa voľný stránkový rám.
 - **kswapd** sa stará o to, aby vždy nejaké boli. Na základe algoritmu výberu obete zvolí stránku, ktorá bude uvoľnená.
 - Ak je to potrebné, obeť má nastavený *dirty bit*, najskôr sa vybraná stránka zapíše na disk (swap). Aktualizuje sa PTE obete.
- Po alokovaní stránky do voľného stránkového rámu sa aktualizuje PTE a OS reštartuje proces od inštrukcie, ktorá výpadok spôsobila.

- Vykonanie jednej inštrukcie trvá jednu mikrosekundu. Ak spôsobí výpadok stránky tak je potrebné vykonať ďalších n inštrukcií pri obsluhu výpadku. Aký je efektívny čas vykonania jednej inštrukcie ak výpadok stránky nastáva každých k inštrukcií?

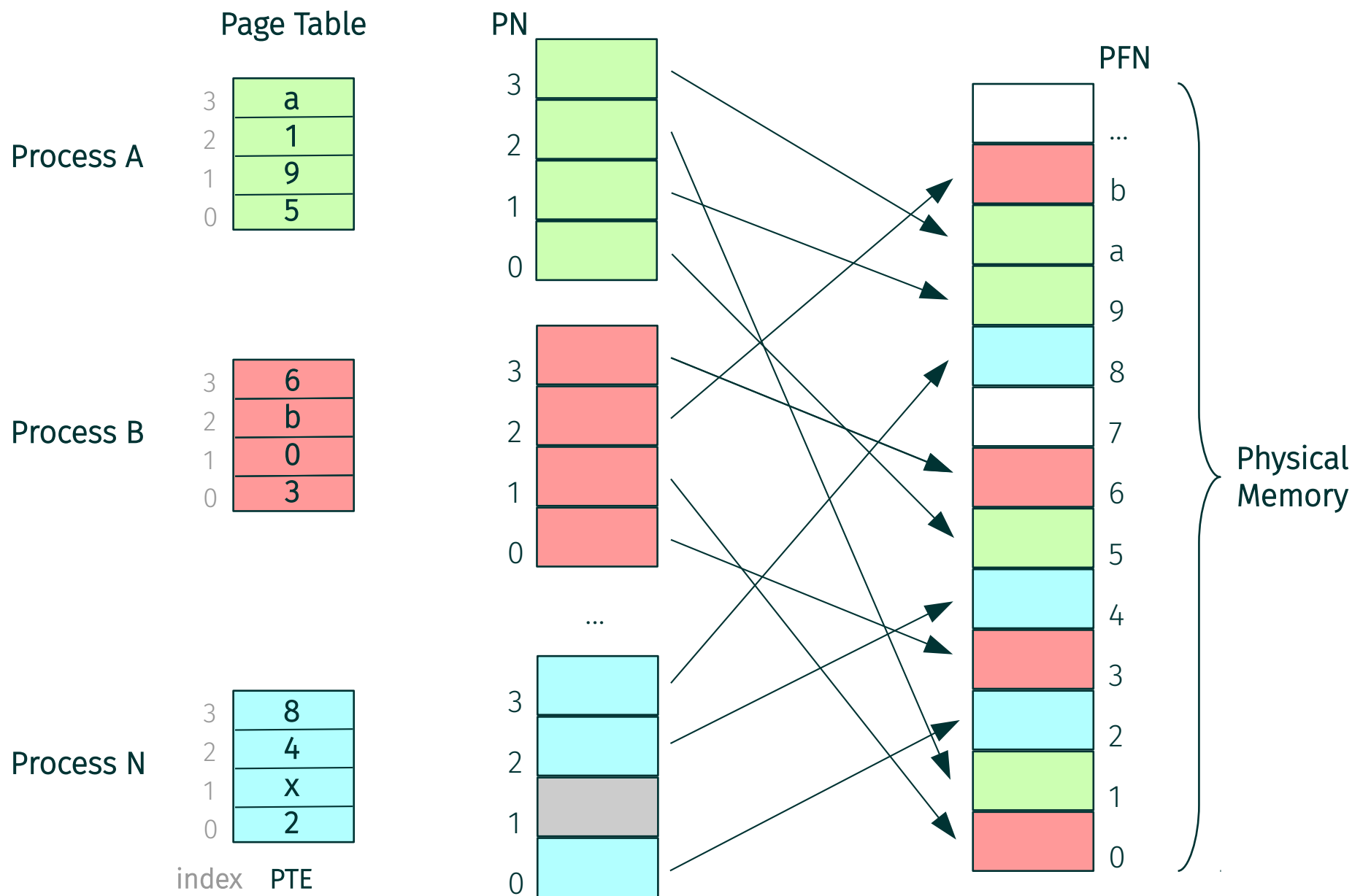
- Vykonanie jednej inštrukcie trvá jednu mikrosekundu. Ak spôsobí výpadok stránky tak je potrebné vykonať ďalších n inštrukcií pri obsluhu výpadku. Aký je efektívny čas vykonania jednej inštrukcie ak výpadok stránky nastáva každých k inštrukcií?
- Vykonanie jednej inštrukcie $t = 1\mu s$.
- Nech celkový počet vykonaných inštrukcií je N .
 - Počet inštrukcií s výpadkom: $N_1 = N / k$
 - Počet inštrukcií bez výpadku: $N_2 = N - N / k$
- Celkový čas vykonávania: $T = t \cdot (N_1 + N_2)$
 - $T = N / k \cdot (1 + n) \cdot t + (N - N / k) \cdot t = N \cdot t \cdot (1 + n / k)$
- Priemerný čas vykonania inštrukcie: $t_E = T / N = t (1 + n / k)$
- Výpadky sú drahé ($n \approx 1000$).



Tabuľka stránok

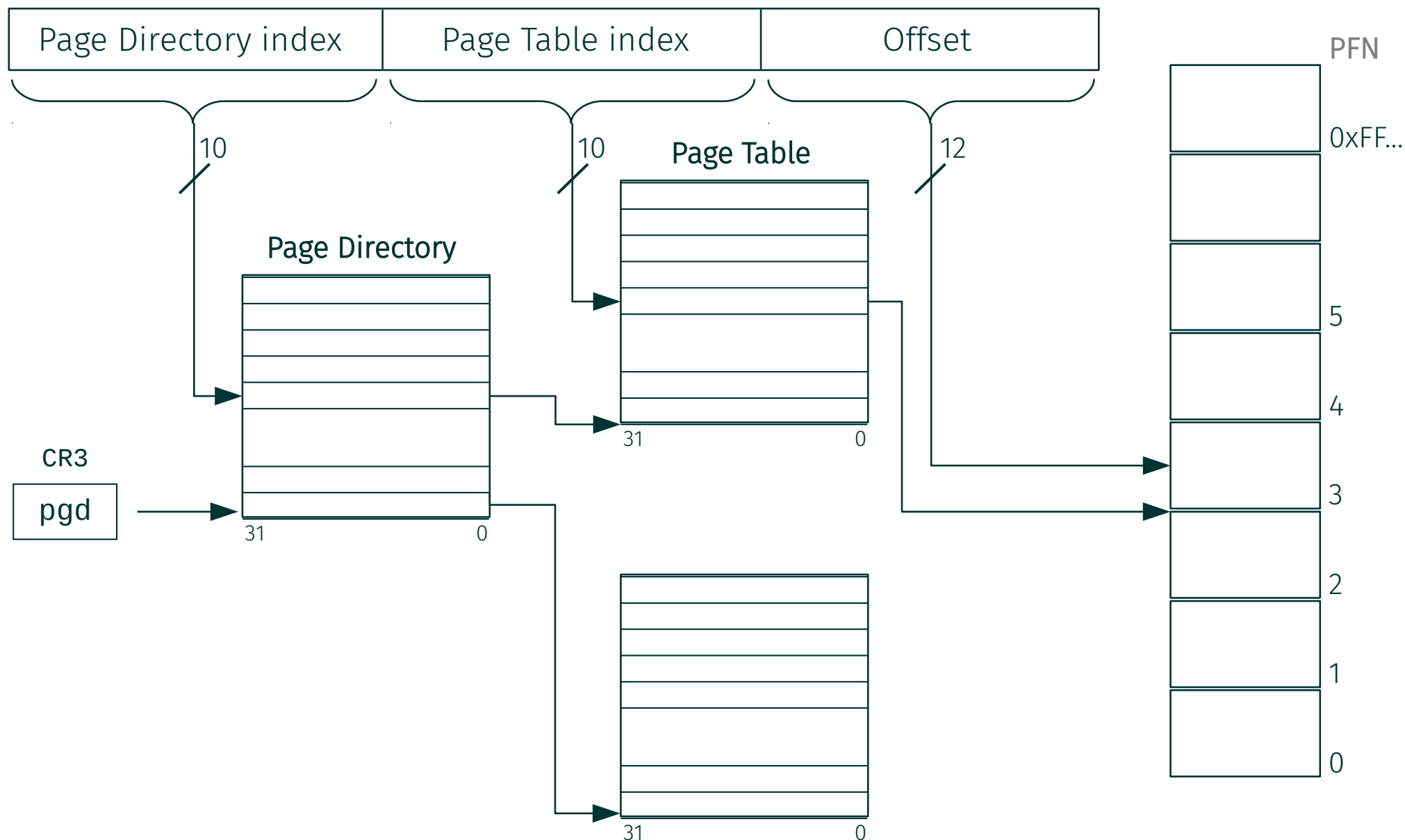
- Tabuľka stránok (*PT – Page Table*) sa používa na preklad logickej adresy na fyzickú.
 - Definuje mapovanie stránok na stránkové rámy.
 - Obsahuje položky tabuľky stránok (*PTE – Page Table Entry*), v podstate je to pole PTE.
- Každá PTE zodpovedá jednej stránke a obsahuje číslo stránkového rámu a príznaky.
 - Význam jednotlivých bitov v PTE definuje hardvér (procesor).
- Virtuálna a fyzická adresa nemusia byť rovnako veľké.
- Tabuľky stránok sú dnes spravidla umiestnené v pamäti.
 - Niektoré procesory s menším počtom stránok mali PT v registroch.
 - Napríklad: XDS-940 (Xerox Data Systems), predtým SDS (Scientific Data Systems): 8 stránok po 4096 slov.

Mapovanie virtuálnej pamäte procesov do fyzickej



- Veľkosť jednoúrovňovej tabuľky stránok pri 32-bitovej virtuálnej adrese a 4 kB stránkach:
 - Počet PTE = $2^{20} = 1\,048\,576$
 - Veľkosť PTE = 4B
 - Veľkosť PT = $2^{20} \cdot 4\text{ B} = 2^{22}\text{ B} = \mathbf{4\text{ MB}}$.
- Napríklad pre 100 procesov v systéme by tabuľky zaberali 400 MB.
- Bežný proces pritom nepotrebuje celý 4 GB pamäťový rozsah, čiže väčšina položiek v tabuľke stránok je nevyužitá.
- Tabuľky stránok musia byť umiestnené v súvislých blokoch pamäti (procesor pozná len začiatok tabuľky).
- Riešenie:
 - viacúrovňové tabuľky stránok, tabuľka stránok sa rozdelí na viaceré tabuľky,
 - v pamäti budú len tie, ktoré proces skutočne potrebuje.

Dvojúrovňové tabuľky stránok na 32-bit x86



- Stránkový adresár (*PD – Page Directory*) je jeden.
 - Má $2^{10} = 1024$ položiek, každá má 4B.
 - Veľkosť PD je 4 kB.
- Každá položka v stránkovom adresári (*PDE – Page Directory Entry*) ukazuje na začiatok jednej tabuľky stránok.
 - PDE a PTE majú podobnú štruktúru, viaceré príznaky sú zhodné.
- Každá položka v tabuľke stránok ukazuje na fyzickú adresu stránkového rámu. Po pripočítaní offsetu vznikne fyzická adresa konkrétneho slova.
- Ak je nastavený bit 7 (*Page Size bit*) znamená to, že PDE neukazuje na tabuľku stránok, ale priamo na stránku.
 - Bity *Page Table index* sa pridávajú k *offsetu*. Stránka má teda veľkosť $2^{(10+12)} = 4 \text{ MB}$.
 - Umožňuje to zníženie réžie pri alokovaní väčších blokov pamäte.
 - Linux nepoužíva pre stránky procesov tento bit v PDE a teda ani bit 7 v PTE.

- Počítač má 32-bitový adresový priestor a používa dvojúrovňové tabuľky stránok s 9-bitovým indexom do stránkového adresára a 11-bitovým indexom do tabuľky stránok.
 - Aké veľké sú stránky a koľko ich je vo virtuálnom adresovom priestore procesu?
 - Akú časť adresového priestoru je možné adresovať pomocou jednej položky stránkového adresára a aká je s tým spojená réžia?

Príklad: Dvojúrovňové stránkovanie, riešenie



- Počítač má 32-bitový adresový priestor a používa dvojúrovňové tabuľky stránok s 9-bitovým indexom do stránkového adresára a 11-bitovým indexom do tabuľky stránok.
 - Aké veľké sú stránky a koľko ich je vo virtuálnom adresovom priestore procesu?
- $n = 32 \text{ b}$, $n_{pd} = 9 \text{ b}$, $n_{pt} = 11 \text{ b}$: $n_{offset} = 32 - 9 - 11 = 12 \text{ b}$, $S_{page} = 2^{n_{offset}} = 2^{12} = \mathbf{4 \text{ kB}}$.
- Počet stránok: $N_{page} = 2^n / S_{page} = 2^{(n - n_{offset})} = 2^{32-12} = 2^{20} = \mathbf{1\,048\,576 \text{ stránok}}$.
 - Akú časť adresového priestoru je možné adresovať pomocou jednej položky stránkového adresára a aká je s tým spojená réžia?
- Počet PTE v jednej PT: $N_{pt} = 2^{n_{pt}} = 2^{11} = 2048$
- Jedna PDE adresuje rozsah: $N_{pt} \cdot S_{page} = 2^{11} \cdot 2^{12} = 2^{23} = \mathbf{8 \text{ MB}}$
- Réžia: v pamäti musí byť PD a jedna PT, teda $S_o = S_{pd} + S_{pt}$
- $S_{pd} = 2^{n_{pd}} \cdot 4 \text{ B} = 2^9 \cdot 4 \text{ B} = 2 \text{ kB}$, $S_{pt} = 2^{n_{pt}} \cdot 4 \text{ B} = 2^{11} \cdot 4 \text{ B} = 8 \text{ kB}$, $S_o = S_{pd} + S_{pt} = \mathbf{10 \text{ kB}}$. ■
- Réžia na celý adresový priestor pri jednoúrovňovom stránkovaní by bola $S'_o = S'_{pt} = 4 \text{ MB}$.
- Sú to údaje len pre jeden proces. Pri dvojúrovňových tabuľkách stránok je menšia réžia.

Efektívnosť prekladu adries

- Prístup do pamäti je častý. Pre každú vykonávanú inštrukciu aspoň jeden (*instruction fetch*), niektoré pracujú aj s operandami v pamäti.
- Preklad virtuálnych adres na fyzické musí byť efektívny.
 - Preklad robí samostatný hardvér, časť procesora MMU (*Memory Management Unit*).
- Viacúrovňové stránkovanie réžiu znižuje, ale pri dnešných veľkostiach pamäte nie je možné mať všetky potrebné štruktúry v registroch.
- Problém: Pre každý prístup do pamäte sú teraz potrebné **dva prístupy navyše** (PD a PT). Rýchlosť klesá na tretinu.
- Riešenie: Často využívané položky z PT sa uchovávajú v zvláštnej *cache* – TLB (*Translation Lookaside Buffer*) priamo v procesore.

- Čo všetko obsahuje?
 - Celú tabuľku stránok, alebo len aktuálne (nedávno) používané položky.
- Ako sa zavádza obsah?
 - Transparentne, alebo softvérovo, privilegovanými inštrukciami (OS).
- Ako sa ruší obsah?
 - Celý obsah naraz, alebo jednotlivé položky.
- Obsah?
 - Len položky jedného procesu, alebo obsah spoločný a položky doplnené značkou adresového priestoru.
- Jednoúrovňové / viacúrovňové ?
- Hardvérová realizácia?

- Asociatívna pamäť v MMU. Obsahuje niekoľko naposledy použitých položiek z tabuľky pre aktuálne bežiaci proces. Kľúčom je PN, hodnotou PTE s hľadaným PFN.
 - Štruktúra: (PN | PTE), číslo stránky slúži na adresovanie asociatívnej pamäte (*tag*).
 - Hľadané PN sa porovnáva so všetkými položkami v TLB naraz.
- Naplňa ju transparentne procesor, pri prvom prístupe k stránke.
 - V prípade výpadku nájde voľné miesto a nahradí ho potrebnou položkou. OS o výpadku nevie.
- OS musí zabezpečiť, aby v TLB boli len položky pre bežiaci proces.
 - Jednotlivé položky je možné zrušiť inštrukciou INVLPG.
 - Operandom je adresa. Inštrukcia zruší záznamy všetkých stránok ktoré ju obsahujú.
 - Platnosť všetkých položiek sa zruší zápisom do registra CR3. Pri zmene kontextu OS zapíše do CR3 hodnotu `mm_struct->pgd` z `task_struct`.
 - Položky (PTE) s nastaveným príznakom G (*global*) zrušené nebudú (ak je to nastavené v CR4). Napríklad stránky jadra alebo stránky zdieľané viacerými procesmi (knižnice).
 - V multiprocesorovom systéme je potrebné zrušiť TLB na všetkých CPU (*TLB shutdown IPI*).

- Prepnutie kontextu je drahé aj kvôli réžii spojenej s výpadkom TLB.
 - Výpadok v TLB je pomerne drahý, preto je výhodné spoločné položky zachovať.
- Väčšie stránky umožňujú pokryť viac adries jednou PTE (menej výpadkov).
 - Zväčšuje sa však aj interná fragmentácia.
- Výpadok položky v TLB spôsobí, že bude potrebné prečítať položku z pamäte.
 - Tabuľky stránok sa nachádzajú v logickom adresovom priestore jadra.
 - Pri *HW-managed* TLB musia mať štruktúru ktorú procesor rozozná.
- Následne môže teda dôjsť k ďalšiemu výpadku, ak PTE pre stránku obsahujúcu hľadanú PT nie je v TLB.
- Riešenie: OS si môže udržiavať softvérovú *cache*, ktorá bude v globálnej stránke (teda bude vždy prítomná v TLB).

- Obsah TLB spravuje softvér, nastavuje ho operačný systém.
 - Prekladovú mapu môže OS uchovávať v ľubovoľnej štruktúre.
- Výpadok pri hľadaní PTE spôsobí výnimku, ktorú obsluhuje OS.
 - Je to pomalé, preto treba výpadky minimalizovať.
 - Pokiaľ je to možné, položky by mali zostať v TLB aj pri prepnutí kontextu.
 - Niektoré môžu byť označené ako globálne (stránky jadra).
- Štruktúra položky v TLB je doplnená o identifikátor procesu, respektíve adresového priestoru (ASID – *Address Space Identifier*, alebo *Context ID*).
 - Pri hľadaní PFN musí byť zhoda nie len v PN, ale aj *Context ID*.
 - Keď je proces naplánovaný na vykonanie, v TLB môžu byť ešte niektoré jeho položky.

- Pentium-M má štyri druhy TLB (*hardware managed*):
 - 128 položiek pre 4 kB stránky inštrukcií, (*4-way associative*),
 - 2 plne asociatívne položky pre veľké stránky inštrukcií,
 - 128 položiek pre 4 kB stránky s dátami, (*4-way associative*),
 - 8 položiek pre veľké stránky s dátami, (*4-way associative*).
 - Všetky využívajú stratégiu LRU pre uvoľnenie miesta.
- UltraSPARC III má päť druhov TLB (*software managed*):
 - 16 plne asociatívnych položiek pre všetky veľkosti stránok inštrukcií,
 - rovnako pre dáta,
 - 128 položiek pre 8 kB stránky inštrukcií (*2-way associative*),
 - 512 položiek pre stránky s dátami (*2-way associative*), pre dve rôzne veľkosti stránok.
 - Podporuje veľkosti stránok 8 kB, 64 kB, 512 kB, 4 MB.
 - Obsahuje 13 bitový *Context ID*.

- Logický adresový priestor tvorí 1024 stránok. Tabuľky stránok sú v pamäti. Čítanie slova z pamäti trvá 500 ns. Na zníženie tejto réžie má počítač asociatívnu pamäť, ktorá má miesto pre 32 párov (stránka, stránkový rám) a dokáže vyhľadať položku za 100 ns.
 - Aká je úspešnosť vyhľadávania v asociatívnej pamäti (p_{HIT})?
 - Aká je priemerná doba vyhľadania položky (t_{PT})?
 - Aká úspešnosť asociatívnej pamäte je potrebná, aby priemerná doba vyhľadania položky nepresiahla 200 ns?

- Logický adresový priestor tvorí 1024 stránok. Tabuľky stránok sú v pamäti. Čítanie slova z pamäti trvá 500 ns. Na zníženie tejto réžie má počítač asociatívnu pamäť, ktorá má miesto pre 32 párov (stránka, stránkový rám) a dokáže vyhľadať položku za 100 ns.
- Aká je úspešnosť vyhľadávania v asociatívnej pamäti (p_{HIT})?
 - $p_{HIT} = N_{TLB} / N_{page} = 32 / 1024 = 1 / 32 = \mathbf{0.03125}$
 - Toto platí za predpokladu rovnomerného rozdelenia adries. V skutočnosti to môže byť lepšie.
- Aká je priemerná doba vyhľadania položky (t_{PT})?
 - $t_{MEM} = 500 \text{ ns}$, $t_{TLB} = 100 \text{ ns}$,
 - $t_{PT} = p_{HIT} \cdot t_{TLB} + (1 - p_{HIT}) \cdot t_{MEM} = 0.03125 \cdot 100 \text{ ns} + (1 - 0.03125) \cdot 500 \text{ ns} = \mathbf{487.5 \text{ ns}}$
- Aká úspešnosť asociatívnej pamäte je potrebná, aby priemerná doba vyhľadania položky nepresiahla 200 ns?
 - $200 \text{ ns} = t'_{PT} \geq p_{HIT} \cdot t_{TLB} + (1 - p_{HIT}) \cdot t_{MEM}$
 - $p_{HIT} \geq (t'_{PT} - t_{MEM}) / (t_{TLB} - t_{MEM}) = (200 - 500) / (100 - 500) = \mathbf{3/4}$
 - Táto hodnota je odvodená bez ohľadu na distribúciu adries.



- Ak by proces na 32-bitovej architektúre využíval celý adresový priestor, všetky PTE by typicky zaberali 4 MB.
 - Je to pomerne veľa, ale dá sa to zvládnuť.
- 64-bitové systémy (x86) používajú 48-bitovú logickú a 52-bitovú fyzickú adresu s 4 kB stránkami. PTE má 8 B, z toho 40 bitov PFN.
- Na 64-bitových systémoch by kompletná tabuľka 4 kB stránok zaberala $2^{52} \cdot 8 \text{ B} = 2^{55} \text{ B} = 32 \text{ PB}$, čo je neúnosné.
- Pri dvojúrovňovom stránkovaní by bol stránkový adresár zrejme príliš veľký (index 48 – 10 – 12 = 26 bitov, max. veľkosť 64 MB). Nezместil by sa do jednej stránky (ani 4 MB).
- Možné riešenia:
 - Hierarchia tabuliek stránok (*Multi-level page tables*).
 - Inverzné tabuľky stránok.
 - Rozptylové tabuľky (*hash tables*).

- Viacúrovňové stránkovanie. Na vyhľadanie PTE sa použije strom tabuliek stránok.
 - Na x86 sa používajú 4 úrovne s 9-bitovým indexom ($4 \cdot 9 + 12 = 48$). Je to dané hardvérom (procesorom).
 - Ak niektorý z adresárov bude ukazovať priamo do fyzickej pamäte (niektoré úrovne PT sa preskočia), stránky môžu mať veľkosť 4 kB, 2 MB, 1 GB.
- Názvy tabuliek: Page Table, Page Directory, Page Directory Pointer, Page Map Level 4 (PML4).
- Každá tabuľka má $2^9 \cdot 8 B = 512 \cdot 8 B = 2^{12} B = 4 kB$ (jedna stránka).
 - Potrebné sú len tie tabuľky ktoré ukazujú na alokované časti adresového priestoru.

- Na systéme s 48-bitovou logickou adresou môže byť 2^{36} stránok, pri 1 GB fyzickej pamäte (RAM) 2^{18} stránkových rámov.
- Inverzné tabuľky stránok obsahujú jednu položku pre každý stránkový rám.
- Položka obsahuje informáciu o tom, ktorá stránka ktorého procesu (ktorého logického adresového priestoru) je v ráme umiestnená.
- Pamäť potrebná pre inverzné tabuľky je značne menšia.
- Preklad virtuálnej adresy na fyzickú je však náročnejší.
 - Nestačí použiť číslo stránky ako index do tabuľky.
 - V podstate je potrebné pri každom prístupe do pamäte prehľadať celú tabuľku.
- TLB môže preklad výrazne urýchliť. Pri výpadku musí OS nájsť potrebnú položku.
 - OS môže uchovávať zoznam použitých stránok v rozptylovej (*hash*) tabuľke.
 - Pri obsluhu výpadku OS vloží nájdený pár (PN | PFN) do TLB (*SW-managed*).

Uvoľnenie stránkového rámu

Položka tabuľky stránok na x86



PFN – číslo stránkového rámu, resp. jeho fyzická adresa, v ktorom je daná stránka umiestnená.

G – *Global*, stránka je využívaná viacerými procesmi, nap. systémová alebo zdieľaná.

D – *Dirty*, do stránky bolo zapísané, jej aktuálny obsah sa nachádza len v pamäti.

A – *Accessed*, stránka bola použitá (referencovaná, čítalo sa z nej, alebo do nej zapisovalo).

C – *Cache Disabled*, obsah stránky nebude umiestňovaný v cache.

W – *Write-Through* (1), *Write-Back* (0), režim cache pamäte pre túto stránku.

U – *User / Supervisor*, stránka môže byť použitá (neprivilegovaným) procesom, inak len jadrom.

R – *Read / Write*, ak je bit nastavený, do stránky je možné aj zapisovať.

P – *Present / Absent*, stránka je prítomná vo fyzickej pamäti.

- Výnimku výpadku stránky (*page fault*) vygeneruje procesor ak:
 - proces pristupuje k stránke ktorá nemá v PTE nastavený bit **U**,
 - proces zapisuje do stránky ktorá nemá v PTE nastavený bit **R**,
 - proces pristupuje k stránke ktorá nemá v PTE nastavený bit **P**.
- Pred obsluhou výnimky procesor uloží:
 - na zásobník chybový kód ktorého spodné tri bity sú URP,
 - do CR2 adresu ktorá výnimku spôsobila.
- Rutina obsluhy výnimky podľa týchto informácií rozhodne, čo urobiť.
 - Napríklad ak proces robí prístup v rozpore s nastavením bitov U a R, ide o porušenie ochrany pamäte (napr. pokus o prístup k pamäti jadra) a OS pošle procesu signál SIGSEGV.

- Ak bit P nie je nastavený, môže nastať viacero prípadov.
 - Stránka nebola nikdy alokovaná, proces dostane SIGSEGV.
 - Nájde sa voľný stránkový rám (ak je to potrebné, uvoľní sa) a upraví sa PTE.
 - Ak je to nová stránka (prvý prístup), koniec.
 - Ak je obsah na disku, nahrá sa do pamäte a koniec.
- Ak bit P nie je nastavený, procesor urobí výnimku bez ohľadu na adresu v PTE.
 - 20 bitov v PTE je v tomto prípade možné použiť priamo ako odkaz na odkladacie médium (*swap*) a číslo bloku v ňom.

- Bity **D** (*Dirty, written*) a **A** (*Accessed, referenced*) v PTE nastavuje procesor.
- Ich nulovanie musí ale zabezpečiť operačný systém.
- Tieto bity môžu byť použité pri hľadaní obete na uvoľnenie stránkového rámu.
- Lepšie môže byť vyhodit' menej často používanú stránku.
 - OS môže pravidelne nulovať *Accessed* bity. Stránky ktoré majú tento bit nastavený boli použité nedávno.
- Výhodnejšie môže byť vyhodit' stránku, ktorá nebola po zavedení do pamäte modifikovaná (napr. text).
 - Modifikovanú stránku je potrebné pred uvoľnením jej stránkového rámu najskôr zapísať (na swap, alebo do súboru), čo zvyšuje čas obsluhy.

Algoritmy výberu obete

- Problém výberu obete pri uvoľňovaní bloku pamäte sa vyskytuje aj v iných úrovniach pamäťového systému, ako napríklad *cache* medzi CPU a hlavnou pamäťou.
- Vybrať náhodnú stránku
 - Jednoduchá implementácia, neuvažuje žiadne informácie o využití stránok. Môže odstrániť stránku, ktorá bude onedlho opäť potrebná.
- Optimálny algoritmus
 - Za obeť vyberie vždy tú stránku, ktorá bude potrebná za nadjhší čas, teda najďalej v budúcnosti.
 - Vo všeobecnosti ho nie je možné implementovať.
 - Pokiaľ sa nejaký program vykonáva vždy rovnako, je možné postupnosť prístupov k stránkam zaznamenať a použiť pri ďalších spusteniach.
 - Optimálny algoritmus dáva najlepšie výsledky a preto sa používa na porovnanie a vyhodnotenie rôznych iných algoritmov.

- Využíva bity R (Referenced) a D (Dirty, Modified).
- Bit R, nastavený CPU pri každom prístupe k stránke, OS pravidelne nuluje (pri každom prerušení od časovača, rádovo každých 10 ms).
 - To umožňuje rozlíšiť, ktoré stránky boli použité nedávno a ktoré dávnejšie (pred posledným prerušením).
 - Bit D sa nenuluje. Nie je možné ho vynulovať, pokiaľ sa obsah najskôr neuloží.
- Všetky stránky sa rozdelia do štyroch tried, podľa hodnoty bitov R a D.
 - Trieda 0: stránky nepoužité, nezmenené,
 - Trieda 1: stránky nepoužité, zmenené,
 - Trieda 2: stránky použité, nezmenené,
 - Trieda 3: stránky použité, zmenené.
- Za obeť sa vyberie náhodne, spomedzi stránok najnižšej neprázdnej triedy.
- Pomerne jednoduchá implementácia. Stačia informácie z PTE.

- Operačný systém udržiava zoznam všetkých stránok prítomných v pamäti, usporiadaný podľa času, kedy bola stránka zavedená do pamäti.
- Pomerne jednoduchá implementácia.
- Pri výpadku stránky sa zo zoznamu odstráni stránka zo začiatku zoznamu (obeť) a nová sa pridá na koniec.
- Pravidelne však môže odstrániť aj stránky, ktoré sú veľmi často využívané.
- Prakticky sa príliš nepoužíva.

- Algoritmus využíva rovnaký zoznam ako FIFO.
- Pokiaľ má najstaršia stránka vynulovaný R bit, bude označená ako obeť.
- Ak má však stránka na začiatku zoznamu R bit nastavený, tento sa vynuluje a stránka sa zaradí na koniec zoznamu, ako by bola nová (práve zavedená).
 - Stránka dostane druhú šancu.
- Ide o modifikáciu FIFO, ktorá však uprednostňuje pri výbere obete stránky nepoužívané (v poslednej dobe).
- Ak všetky stránky v pamäti boli od posledného prerušenia použité, ide o FIFO.
- Réžia spojená s presunmi stránok v zozname je pomerne veľká.

- Princíp je zhodný s algoritmom *Second chance*.
- Stránky sú organizované v kruhovom zozname, ale nepresúvajú sa.
- Ukazovateľ (*pointer*) označuje najstaršiu stránku.
- Pokiaľ má R bit nulový, vyberie sa ako obeť. Nová stránku sa zaradí na toto miesto a ukazovateľ sa posunie na ďalšiu.
- Ak je R bit nastavený, vynuluje sa, a ukazovateľ sa posunie na ďalšiu stránku.
- Efektívnejšia implementácia ako SC.
- Používané stránky zostávajú v pamäti.

- Za obeť sa vyberie najdávnejšie použitá, resp. *najdlhšie nepoužitá*, stránka.
- Algoritmus je založený na predpoklade, že to tak zostane aj v budúcnosti.
- Je to **dobrá aproximácia optimálneho** algoritmu.
- Implementácia je však náročnejšia (v pôvodnej podobe prakticky neúnosná).
- Zoznam uchovávajúci poradie prístupov k stránkam by sa musel aktualizovať po každom prístupe do pamäti, teda pri každej inštrukcii, čo nie je únosné.
- Musel by to robiť hardvér, OS sa nedostane k slovu po každej inštrukcii.
 - Napríklad: hardvérové počítadlo prístupov pre každú stránku, ako súčasť PTE. Obeťou je stránka s najnižšou hodnotou počítadla;
 - Alebo matica, v ktorej sa pri prístupe k stránkovému rámu n nastaví najprv jednotky do n -tého riadku a potom nuly do n -tého stĺpca. Obeťou je stránka zodpovedajúca riadku s najnižšou hodnotou.

- Ide o softvérovú implementáciu LRU, respektíve aproximácie LRU.
- Keďže hardvér neposkytuje počítadlo prístupov pre stránky, môže ho implementovať OS.
- Pri každom prerušení sa k počítadlu prístupov pre stránku pripočíta hodnota jej R bitu.
 - Aktualizácia sa teda nerobí pri každom prístupe, ide len o aproximáciu LRU.
- Za obeť sa vyberie stránka s najnižšou hodnotou počítadla.
- Problémom je, že algoritmus nezabúda (je málo adaptívny).
 - Ak niektorá stránka získa vysokú hodnotu počítadla, je uprednostňovaná aj keď už aktuálne nebude využívaná.

- Modifikácia, a vylepšenie, NFU.
- Hodnota počítadla sa najskôr posunie o jeden bit doprava a potom sa R bit pripočíta na najvyššiu pozíciu.
- Za obeť sa vyberie stránka s najnižšou hodnotou počítadla.
- Ide o dobrú aproximáciu LRU.
- Problémy:
 - Počítadlá sa aktualizujú s periódou časovača. Pri zhode v bitoch z posledného tiku sa rozhoduje na základe bitov z predchádzajúcich. Aktuálne poradie však už môže byť iné.
 - Počítadlo má konečnú šírku. Pri zhode sa vyberá náhodne (čo je rozdiel voči LRU a nemusí to byť dobre).

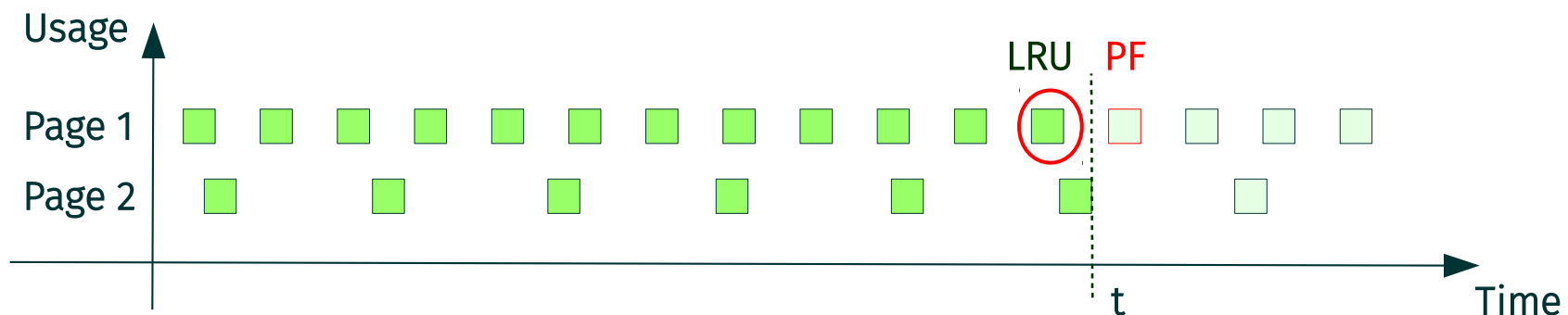
Algoritmy – praktické zhrnutie

- Optimálny algoritmus
 - Založený na znalosti budúceho správania. Ideálny, v princípe nerealizovateľný. Dobrý na porovnávanie.
- Least Recently Used (LRU)
 - **Dobrá aproximácia optimálneho.**
 - Vyžaduje aktualizáciu zoznamov pri každom prístupe do pamäte. Prakticky nerealizovateľný (v HW aj SW).
- First-In, First-Out (FIFO)
 - Vyhodí najstaršiu stránku bez ohľadu na to, či sa používa. Prakticky nepoužiteľný.
- Clock
 - Vychádza z FIFO, berie do úvahy aj R bit (Second Chance). Namiesto preusporiadania zoznamu používa ukazovateľ (ručička hodín).
 - **Dobrá aproximácia LRU.**

- Pri praktickej realizácii by sledovanie zmien vo využívaní všetkých stránok predstavovali vysokú réžiu.
- OS udržiava dva zoznamy stránok: aktívne a neaktívne (*active/inactive list*).
 - Na prvom zozname sú stránky ktoré sa používajú (pracovné množiny procesov), na druhom stránky, ktoré sa už asi používať nebudú (kandidáti na vyhodenie).
 - Pravidlá pre presun stránok medzi zoznamami sa líšia podľa typu mapovania stránky (môžu mať vlastné zoznamy).
- Keď sa stránka presunie do zoznamu neaktívnych vynuluje sa *Present bit* v PTE. Stránka však zatiaľ zostáva v pamäti.
- Pokiaľ sa vyskytne prístup k stránke zo zoznamu neaktívnych, nastane (*soft*) *page fault*. Obslúži sa rýchlo, lebo stránka je v pamäti a presunie sa do zoznamu aktívnych.
- Ak je zoznam aktívnych stránok väčší než zoznam neaktívnych, niektoré stránky sa presunú.

- Stránky mapované na súbory sa častokrát použijú len raz.
 - Po zavedení do pamäti sa zaradia do zoznamu neaktívnych (prečo?).
 - Pokiaľ sa použijú opakovane, presunú sa do zoznamu aktívnych.
- Stránky anonymnej pamäte sa zväčša používajú často.
 - Po alokovaní sa zaradia do zoznamu aktívnych (na začiatok).
 - Stránka na konci zoznamu aktívnych sa presunie do neaktívnych.
- Zoznam neaktívnych stránok používa starnutie (*aging*).
- Stránka na konci zoznamu neaktívnych sa vyberie ako obeť a uvoľní miesto.
- Pokiaľ stránky môžu zostať v zozname neaktívnych dosť dlho na to, aby mali šancu vrátiť sa medzi aktívne, ide o dobrú aproximáciu LRU.
 - Algoritmus má podobné správanie ako LRU, prakticky je efektívny.

- Ani LRU nedáva dobré výsledky pre všetky vzory prístupov.
 - Problémom je napríklad jednorazový alebo cyklický prístup k stránkam.
- Môže sa stať, že stránka ktorá bola použitá dávnejšie, bude čoskoro použitá znova, hoci nedávno použitá stránka bude dlhšie nepotrebná.
 - LRU by ju však označil za obeť a následne by nastal výpadok.
 - LRU neberie do úvahy frekvenciu prístupov k stránkam.

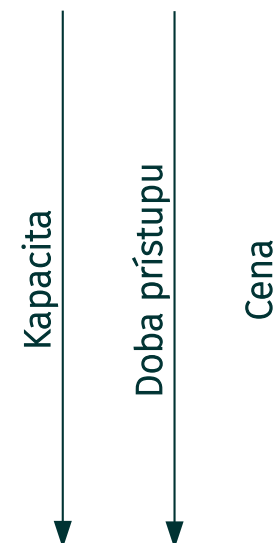


- Metriky lokálnosti prístupov:
 - $R(p)$ – *Recency*, koľko prístupov k iným stránkam sa urobilo od posledného prístupu k stránke p .
 - $RD(p)$ – *Reuse distance*, (alebo aj *Inter-Reference Recency*) počet iných stránok ku ktorým sa pristupovalo medzi dvoma prístupmi k stránke p (medzi posledným a predposledným prístupom k p).
- Algoritmus LRU vyberie ako obeť stránku v pamäti s najväčším $R(p)$.
- Clock-Pro vyberie ako obeť stránku na základe $RD(p)$ (s najväčšou hodnotou).
 - Na určenie RD uchováva aj informácie o stránkach, ktoré už nie sú v pamäti.
 - Podobne ako pri pôvodnom Clock algoritme, pri prístupe k stránke v pamäti nie sú potrebné žiadne akcie OS, len nastavenie R bitu hardvérom.
 - V zozname neaktívnych udržiava stránky ku ktorým sa pristupuje menej často, než k tým na zozname aktívnych.
- Napríklad Linux používa algoritmus založený na Clock-Pro.

- Operačný systém časť stránkových rámov vyhradí pre *cache*.
 - V OS Linux typicky 1 až 15% z celkovej veľkosti pamäte.
- Stránky prečítané z disku zostávajú v pamäti aj keď ich už žiadny proces nepotrebuje.
 - Nie sú namapované vo virtuálnom adresovom priestore žiadneho procesu.
- Keďže tieto stránky žiadny proces práve nepotrebuje, pri nedostatku pamäte môžu byť bez väčšieho dopadu uvoľnené.
- V prípade, že stránky budú opäť potrebné, budú už v pamäti.

Princípy pamäťovej lokality

- Počítačové systémy obsahujú viacero typov pamäte, založených na rôznych technológiách, s rôznym typom prepojení.
 - Vyššia rýchlosť → zložitejšie/dražšie → menšia kapacita,
 - a naopak.
- Registre (CPU), ~1kB, < 1ns, SRAM
- Cache (CPU), L1, L2, L3, D/I, ~10MB, < 10ns, SRAM
- Hlavná pamäť (RAM), ~100GB, < 100ns, DRAM
- SSD, ~100MB, < 1ms, Flash
- HDD, ~1TB, < 10ms
- Sieťové úložiská, >> 1TB, > 10-100 ms



- Inkluzívnosť
 - V úrovni pamäte bližšie k CPU je vždy podmnožina údajov zo vzdialenejšej úrovne.
 - Počas spracovania sa podmnožina dát presúva medzi úrovňami smerom k CPU.
 - Hodnota registra môže byť umiestnená v bloku *cache*, ten je v stránke, tá je v diskovom bloku, ten je súčasťou súboru, resp. disku, ...
- Koherencia
 - Inštancie rovnakých dát v rôznych úrovniach musia byť konzistentné.
 - Zmeny v dátach sa musia šíriť aj do úrovní vzdialenejších od CPU (*cache writethrough* – okamžite, *writeback* – keď je to potrebné).
- Lokalita
 - Prístup do pamäte nie je distribuovaný rovnomerne, ale vykazuje isté vzory.

- Adresy generované procesmi počas vykonávania nie sú distribuované rovnomerne. Prístupované adresy vykazuje isté vzory.
 - Sekvenčná, priestorová, časová lokalita.
- Proces vždy pomerne dlho využíva istý malý interval adries, ktorý sa mení pomerne pomaly.
- Tento interval by sa mal nachádzať čo najbližšie k CPU.
- Efektívna doba prístupu k dátam závisí od toho v ktorej úrovni sa nachádzajú, respektíve od počtu prenosov medzi rôznymi úrovňami.

- Ak procesor v čase n pristupuje k adrese a , tak s vysokou pravdepodobnosťou bude v čase $n+1$ pristupovať k adrese $a+1$.
- Sekvencia je najčastejšou programovou konštrukciou.
 - Čítanie inštrukcií z pamäte ide postupne, s výnimkou vetvenia, resp. skokov.
 - Register PC (IP) sa spravidla inkrementuje pri vykonaní každej inštrukcie.
 - Prehľadávanie polí môže viesť k tomuto vzoru aj v dátach.
- Oplatí sa preniesť do vyššej úrovne viac po sebe idúcich blokov naraz (*lookahead*).
 - Nasledujúce adresy pravdepodobne bude čoskoro treba tiež.

- Ak procesor v čase n pristupuje k adrese a , tak s vysokou pravdepodobnosťou bude v čase $n+1$ pristupovať k adrese blízkej a ($a \pm m$).
- Iterácia udržiava program v istých medziach. Po istej dobe sa vráti na rovnakú adresu.
 - Vytvára priestorovú lokalitu prístupov k textu.
- Položky dátových štruktúr sú umiestnené blízko pri sebe.
 - Spracovanie štruktúr môže vytvárať priestorovú lokalitu v dátach.
- Do vyššej úrovne hierarchie sa oplatí prenášať väčšie bloky (nie jednotlivé hodnoty), lebo blízke adresy budú asi tiež potrebné.

- Ak procesor v čase n pristupuje k adrese a , tak s vysokou pravdepodobnosťou bude k adrese a znovu pristupovať v blízkom čase $(n+t)$.
- Iterácia opakuje prístup k inštrukciám aj dátam.
- Lokálne premenné a argumenty.
 - Funkcia počas svojho vykonávania k nim bude pristupovať opakovane.
- Údaje prenesené do vyššej úrovne by tam mali zotrvať čím dlhšie, lebo väčšinou ich procesor potrebuje opakovane.

- Procesy môžu bežať rýchlo aj keď je fyzickej pamäte menej než celkový súčet pamäte alokovanej procesmi.
 - Ak používajú vždy len istú malú časť dát ktorú majú alokovanú.
 - Nevracajú sa často k dlho nepoužívanej dátam odloženým na disk.
- Priemerné procesy sa tak skutočne správajú, teda podľa princípov pamäťovej lokality.
- Bežné procesy väčšinou opakovane využívajú len malú časť adresového priestoru a zmeny sú relatívne pomalé.
 - Napríklad po ukončení cyklu, pri volaní alebo ukončení funkcie, po vetvení a pod.
 - Sekvenčné prehľadávanie veľkého poľa alebo náhodné a rovnako pravdepodobné prístupy ku všetkým adresám, sa prakticky nevyskytujú.
- **Predpoklad algoritmu LRU**, že blok dát ku ktorému proces pristupoval nedávno bude v najbližšom čase potrebovať opäť, je **v súlade s princípmi priestorovej a časovej lokality**.
 - Využíva sa na rôznych úrovniach hierarchie (*cache*: CPU ↔ pamäť, stránkovanie: pamäť ↔ disk).

Návrh systému stránkovania

- Stránky, ktoré proces práve využíva, tvoria pracovnú množinu stránok (*working set*).
 - Pracovná množina sa počas vykonávania mení, nie však rýchlo.
 - Pri systéme stránkovania na žiadosť proces po štarte nemá žiadnu stránku v pamäti.
- Pokiaľ sú stránky z pracovnej množiny v pamäti, proces sa vykonáva bez väčšieho počtu výpadkov (ideálne s minimálnym počtom).
 - A to aj keď nie je v pamäti celý. Toto je výhoda stránkovania na žiadosť.
- Ak proces nemôže mať celú pracovnú množinu v pamäti, budú počas vykonávania výpadky vznikať neustále.
 - Nech systém používa akýkoľvek algoritmus výberu obete, pravidelne sa vyhodí stránka ktorú onedlho bude nutné znovu zaviesť.
 - Táto situácia, neustále odkladanie a nahrávanie stránok, sa nazýva *trashing*.
 - Vyťažuje disk aj procesor.

- Nech $w(k, t)$ je počet (rôznych) stránok ku ktorým proces urobil posledných k prístupov v čase t .
- S rastúcim k rastie aj veľkosť $w(k, t)$, pretože s väčším počtom prístupov v minulosti sa počet použitých stránok môže len zväčšiť.
 - Ide teda o monotónne rastúcu funkciu (v k).
 - Pre fixné k môže veľkosť pracovnej množiny v čase rásť, aj klesať (pomaly).
- Zároveň je to funkcia zhora ohraničená, keďže adresový priestor a teda aj maximálny počet stránok, sú konečné.
 - Limita $w(k, t)$ s rastúcim k sa rovná celkovému počtu všetkých stránok, ktoré proces počas vykonávania potreboval.
- Veľkosť pracovnej množiny vzhľadom na k rastie najprv rýchlo, potom už len pomaly. Pre veľký rozsah k je teda pracovná množina podobne veľká.
 - Veľkosť pracovnej množiny teda od k príliš nezávisí a s t sa mení pomaly.

- Keďže pracovná množina stránok sa pre proces mení len pomaly, v každom čase je možné odhadnúť, ktoré stránky by mali byť v pamäti, aby proces bežal bez výpadkov.
- Ak bol proces odsunutý z pamäte na záložné médium (*swap*), po opätovnom naplánovaní na vykonávanie nebude jeho pracovná množina v pamäti.
- Systém stránkovania na žiadosť postupne zabezpečí zavedenie potrebných stránok, je to však neefektívne.
 - V tomto prípade určite nastane séria výpadkov.
- Ak by operačný systém vedel ktoré stránky patria do pracovnej množiny procesu, mohol by ich zaviesť vopred – predstránkovanie (*prepaging*).
- Napríklad ak sa používa systém stranutia (*aging*), stránky s nastaveným niektorým z vyšších bitov počítadla pravdepodobne patria do pracovnej množiny.
- *Clock* algoritmus vyhodí najstaršiu stránku s nenastaveným R bitom. Pokiaľ však OS vie, že patrí do pracovnej množiny, môže vybrať inú – algoritmus *wsclock*.

- Má sa obeť vyberať len medzi stránkami procesu ktorý potrebuje pamäť, alebo medzi stránkami všetkých procesov?
- Lokálny prístup:
 - Zodpovedá situácii, že proces má pridelený istý počet stránkových rámov a obeť sa vyberá spomedzi nich.
 - Ak veľkosť pracovnej množiny rastie (nad počet pridelených rámov), môže nastať *trashing*, hoci pamäť je ešte voľná.
 - Ak je pracovná množina menšia, pamäť nie je využitá efektívne.
- Globálny prístup:
 - Je efektívnejší, ak sa veľkosť pracovnej množiny mení.
 - OS musí vedieť aká je veľkosť pracovnej množiny (e.g. *aging*), aby mohol prideliť procesu stránkové rámy.

- Pri globálnom prístupe sa počet pridelených stránkových rámov určuje dynamicky.
- Počet výpadkov stránok spôsobených procesom za nejaký čas môže byť využitý pri stanovení počtu pridelených stránkových rámov.
 - Meria sa pomerne jednoducho.
- Predpoklad: S rastúcim počtom pridelených stránkových rámov klesá počet výpadkov.
 - Pre väčšinu algoritmov výberu obete to platí.
- Algoritmus sleduje frekvenciu výpadkov a pridávaním alebo odoberaním stránkových rámov sa ju snaží udržať v prijateľnom intervale.
 - Algoritmus má dva parametre, hranice intervalu pre zmenu počtu rámov.
- Dnes sa využíva najmä globálny prístup.
- Procesu je možné nastaviť limit pre počet pridelených stránkových rámov.

- Počet inštrukcií vykonaných medzi dvoma výpadkami stránok je priamo úmerný počtu stránkových rámov pridelených procesu.
- Vykonanie inštrukcie trvá bežbe $1\mu s$ a s výpadkom stránky $2001\mu s$. Program trval $60s$ a mal 15000 výpadkov. Ako dlho by trvalo vykonanie programu s dvojnásobným počtom stránkových rámov?

- Program sa spravidla skladá z viacerých segmentov (text, data, stack, ...).
- Veľkosť segmentu nebude vždy celočíselným násobkom veľkosti stránky.
- V dôsledku internej fragmentácie bude v priemere polovica stránky na každý segment nevyužitá. Z tohto pohľadu sú výhodnejšie menšie stránky.
- Proces väčšinou vykonáva dlhšiu dobu kód len z malého rozsahu adries. Ak by stránky boli veľké, pamäť by zbytočne zaberal kód, ktorý sa väčšinou nevykonáva. Podobne to platí aj pre dáta.
- Na druhej strane menšie stránky vyžadujú väčší celkový počet stránok ktoré proces potrebuje a teda aj väčší priestor v tabuľkách stránok.
- Pri prepnutí kontextu môže zavedenie potrebných PTE do TLB trvať dlhšie.
- Pri presune stránok medzi pamäťou a diskom je kvôli latencii prístupu výhodnejšie presúvať menej veľkých blokov než veľa malých.

- Veľkosť tabuliek stránok je nepriamo úmerný veľkosti stránky.
- Nech veľkosť priemerného procesu je s , veľkosť PTE e a veľkosť stránky p .
 - Počet stránok na proces s/p a veľkosť PT bude $s \cdot e/p$.
 - Interná fragmentácia pri n segmentoch bude $n \cdot p/2$.
 - Celkový odhad réžia na tabuľku stránok a internú fragmentáciu:
 - $O(p) = s \cdot e/p + n \cdot p/2$
 - Prvý člen je veľký pre malé stránky, druhý člen pre veľké stránky.
 - Extrém (minimum) dosahuje réžia pre veľkosť stránky:
 - $dO(p)/dp = 0 \rightarrow p_{opt} = \sqrt{2 \cdot s \cdot e/n}$

Segmentácia

- Pri stránkovaní je logický adresový priestor procesu lineárny. Všetky adresy sú usporiadané sekvenčne, s jedným začiatkom.
- Program sa však prirodzene skladá z viacerých súvislých blokov so samostatným významom – zo segmentov (text, data, bss, heap, stack, ...).
 - Ich veľkosť sa môže meniť (rástť) nezávisle od iných segmentov.
 - Každý má vlastné hranice a spôsob prístupu (rwx).
 - Dáta – jedno pole – jeden segment – prirodzená kontrola hraníc.
 - Zásobník – môže rásť bez toho, aby hrozilo prekrytie s inými časťami.
 - Obsah jednotlivých segmentov sa môže kompilovať samostatne.
 - Segment môže byť používaný viacerými procesmi (zdieľané knižnice).
- Segmentácia – rozdelenie logického adresového priestoru na samostatné segmenty.

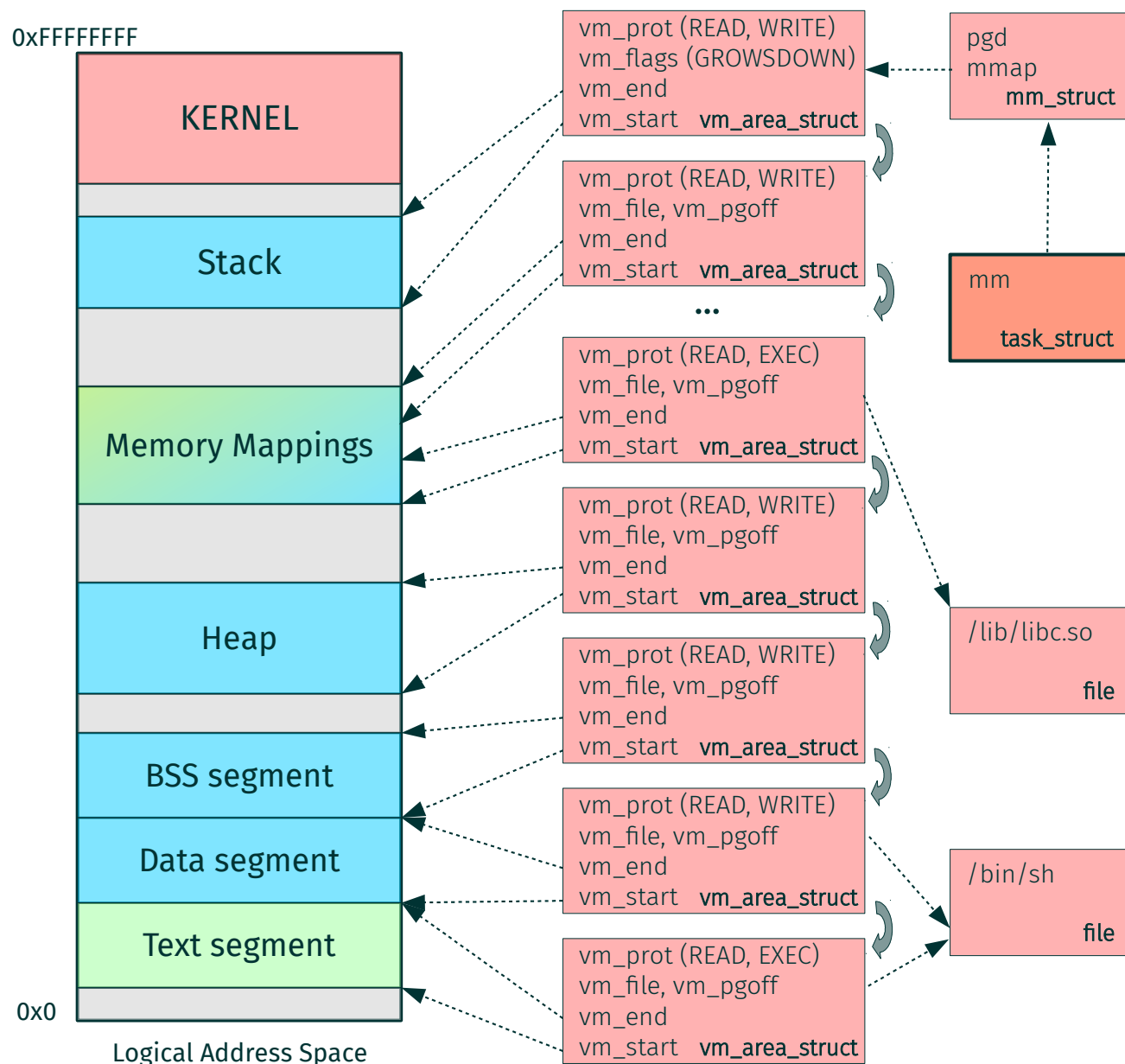
- Logická adresa sa skladá z čísla segmentu a offsetu (od začiatku segmentu).
 - Každý segment predstavuje samostatný adresový priestor. Fyzicky sa neprekrývajú.
 - Stránkovanie je pre programátora transparentné, segmentácia nie je.
 - Ochrana a zdieľanie sú pri segmentácii jednoduchšie. Robí to hardvér (MMU).
- Fyzická adresa sa získa súčtom bázovej adresy segmentu vo fyzickej pamäti a offsetu.
 - Na preklad sa používa tabuľka segmentov. Okrem bázovej adresy obsahuje tiež limit (veľkosť) a typ prístupu (rwx).
- Stránky majú pevnú veľkosť, segmenty premenlivú (aj počas vykonávania).
 - Vedie to k externej fragmentácii (potreba kompaktie).
- Výhodnejšia je kombinácia segmentácie so stránkovaním (všeobecnejší prístup).
 - Každý segment je rozdelený na stránky. Architektúra Intel Pentium to umožňuje.
 - Jediný operačný systém ktorý to využíval bol IBM (MS) OS/2 (1987 – 2001).
 - Ostatné OS využívajú len jeden (fyzický) segment (do neho mapujú programové segmenty).

Virtuálny pamäťový priestor

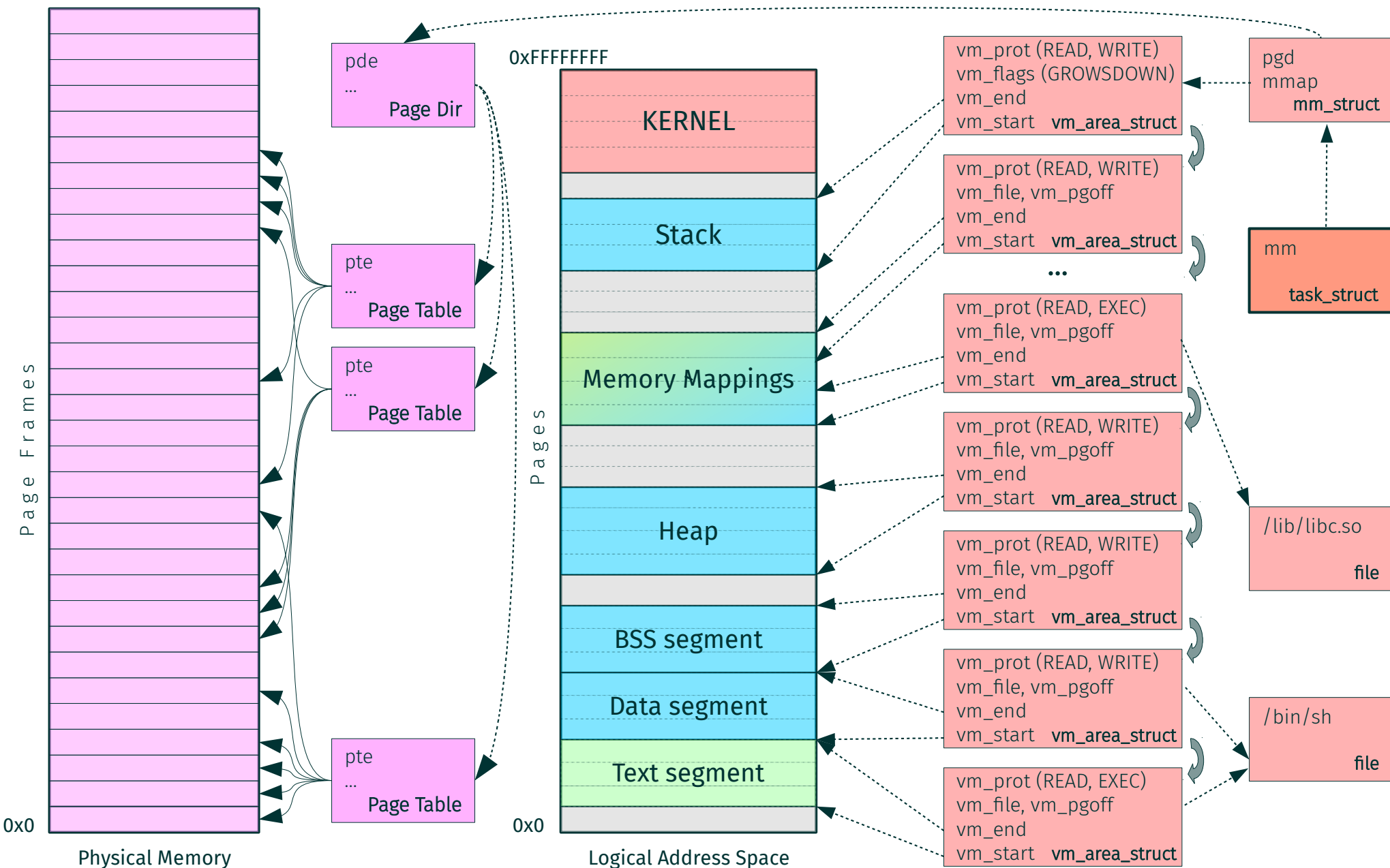
- Virtuálny adresový priestor je rozdelený na súvislé oblasti VMA (*Virtual Memory Area*), pričom každá je opísaná v štruktúre typu `vm_area_struct`.
 - Obsahuje začiatok (`vm_start`), koniec (`vm_end`), typ prístupu (a mapovanie na bity v PTE, `vm_page_prot`).
 - Ak je rozsah adres namapovaný na obsah súboru, tak `vm_file` a `vm_pgoff`.
 - Mapovanie bez súboru sa nazýva anonymné, stránky sa ukladajú na *swap*.
 - Obsahuje ukazovatele na operácie s VMA (`open`, `close`, `mprotect`, `fault`, `map_pages`, ...).
- Každý proces má vo svojej `task_struct` položku `mm` (typu `mm_struct`), ktorá odkazuje na zoznam VMA (`mmap`, `mm_rb`) a tabuľky stránok `pgd`.
- Každý segment programu (*text*, *data*, *stack*, ...) má vlastnú VMA.
 - OS však nevie ktorá VMA obsahuje ktorý segment, pre OS sú rovnaké.
 - Zoznam dostupný v `/proc/pid/maps`.
- Nealokované (nenamapované) virtuálne adresy nespádajú do rozsahu žiadnej VMA. Použité adresy áno.

- Systémové volanie `mmap()` vytvára nové mapovanie vo virtuálnom adresovom priestore procesu.
- `void *mmap(void *addr, size_t length, int prot, int flags, int fd, off_t offset);`
 - Ak je `addr` rovné `NULL`, jadro zvolí vhodnú adresu.
 - `prot`: `PROT_EXEC` | `PROT_READ` | `PROT_WRITE` alebo `PROT_NONE`
 - `flags`: `MAP_SHARED` | `MAP_PRIVATE`, `MAP_ANONYMOUS`, `MAP_HUGETLB`, `MAP_LOCKED`, `MAP_STACK`, ...
 - Údaje použije OS pri nastavení PTE stránok tvoriacich túto oblasť.
- Vytvorí mapovanie od virtuálnej adresy ktorú vráti s dĺžkou `length`.
- Ak je zadaný deskriptor otvoreného súboru `fd`, pamäťová oblasť bude mapovaná na obsah súboru s posunutím `offset` od začiatku súboru.
- Ak ide o anonymné mapovanie, `fd` a `offset` sa ignorujú.
- Volanie `munmap()` zruší mapovanie, `mremap()` zmení (zmenší/zväčší/presunie) mapovanie.

Implementácia virtuálnej pamäti procesu



Virtuálna a fyzická pamäť

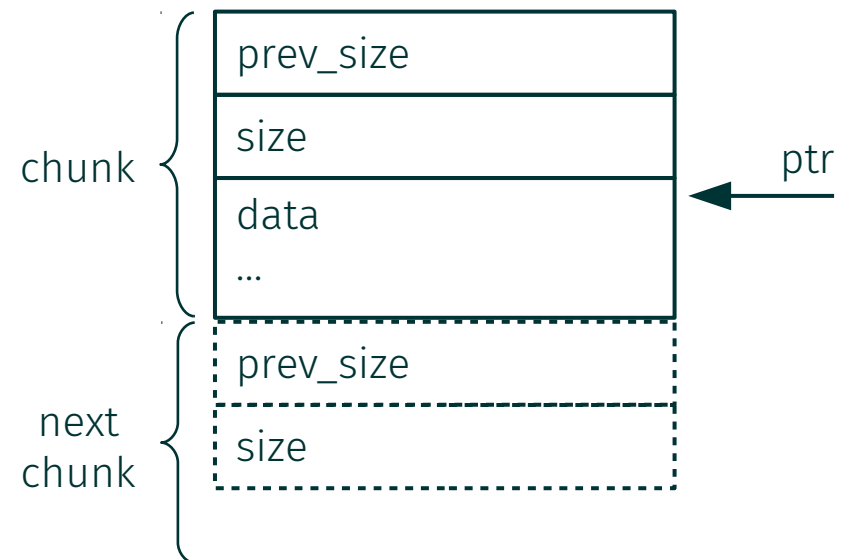


Overcommit

Knižničné funkcie malloc() a free()

- Knižničné funkcie *glibc* (`stdlib.h`).
- Funkcia `malloc(size)` alokuje `size` bajtov a vráti pointer na alokovanú pamäť, alebo `NULL` v prípade chyby. Funkcia `free(ptr)` uvoľní pamäť alokovanú volaním `malloc()`.
- Knižnica uchováva zreťazený zoznam voľných blokov.
- Každý pointer vrátený funkciou `malloc()` ukazuje “do prostriedku” štruktúry (tzv. *chunk*).
- Napríklad:

```
char *ptr = malloc(256);
int size = *((int*)ptr - 1);
// size == 256
```



- Funkcia `malloc()` alokuje pamäť v časti *heap*, ktorej celkovú veľkosť – teda veľkosť dátového segmentu – je možné nastaviť systémovým volaním `brk()`.
- Pokiaľ je dost voľnej pamäte v *heap-e*, funkcia `malloc()` sa vykoná **bez systémového volania**.
- Ak nie, posunie sa hranica dátového segmentu systémovým volaním: `int brk(void *end_data_segment);`
- Funkcia `free()` zníži veľkosť volaním `sbrk()` a tak vráti pamäť, ak na vrchole časti *heap* bude súvislý voľný blok veľkosti `M_TRIM_TRESHOLD`.
- Ak je veľkosť požadovanej pamäte väčšia než `M_MMAP_TRESHOLD` (128kB), funkcia `malloc()` použije na jej alokáciu systémové volanie `mmap()`.
 - Namapuje novú anonymnú oblasť.
- Parametre alokácie je možné nastaviť funkciou `mallopt()`, napr. `M_CHECK_ACTION`. Kontrola konzistentnosti `mcheck()`.

- Alokácia pamäte štandardne využíva optimistickú stratégiu.
 - Ukazuje sa, že nie všetky alokované oblasti procesy skutočne aj využívajú.
- Nealokovanie fyzickej pamäti pri mapovaní, ale až pri prvom prístupe, šetrí pamäť ktorá by inak bola nevyužitá.
- Ak funkcia `malloc()` vráti nenulový pointer neznamená to, že pamäť bude skutočne k dispozícii.
- Ak sa pri prístupe do pamäti zistí, že nie je možné uvoľniť žiadnu stránku, OS Linux (*OOM killer*) vyberie proces ktorý bude zrušený.
 - Toto správanie je v podstate nekorektné.
- Vlastnosti je možné nastavovať cez `/proc/sys/vm/overcommit_memory`.
 - **0**: heuristika, **1**: pamäť sa vždy prideli, **2**: súčet veľkostí všetkých namapovaných oblastí nemôže prekročiť veľkosť odkladacieho priestoru (swapu) a polovicu fyzickej pamäte (alokovaná pamäť bude dostupná vždy).

Alokácia pamäti v jadre

- Jadro poskytuje procesom pamäť vždy v celých stránkach.
 - Mapovanie oblasti je vždy zarovnané volaním `mmap()`.
 - Proces už spravuje pamäť sám, napr. *heap* spravuje `malloc()`.
- Jadro však pre svoju činnosť bežne potrebuje omnoho menšie časti pamäte, alokuje a uvoľňuje rôzne štruktúry typickej veľkosti.
- Aby sa znížila réžia spojená s alokáciou, jadro udržiava “predpripravené” objekty rôznej veľkosti (8, 16, 32, ..., 8k) a vopred inicializované štruktúry.
 - Rovnaké objekty sú umiestnené v po sebe idúcich stránkach, čo eliminuje fragmentáciu. Pole objektov rovnakej dĺžky sa nazýva *slab*, skupina *slab*-ov tvorí (*slab*) *cache*.
 - Každý modul (*driver*) môže mať vlastnú *cache*.
- Objekty zostávajú na mieste, ich pamäť netreba zakaždým alokovať, ani uvoľňovať. Zostávajú v inicializovanom stave. Rozhranie poskytujú funkcie `kmalloc()` / `kfree()`.
- Pre optimalizáciu prístupu sú objekty tiež zarovnané na veľkosť blokov HW (L1, L2) *cache*. Ich rovnomerné využitie sa dosahuje tzv. farbením, rôznym posunutím od začiatku stránky.

```
$ cat /proc/slabinfo
slabinfo - version: 2.1
# name          <active_objs> <num_objs> <objsize> <objperslab> <pagesperslab> : tunables <limit>
<batchcount> <sharedfactor> : slabdata <active_slabs> <num_slabs> <sharedavail>
vm_area_struct    81290  89700    200   20    1 : tunables    0    0    0 : slabdata  4485  4485    0
mm_struct          780    780   1088   30    8 : tunables    0    0    0 : slabdata   26   26    0
files_cache        874    874    704   23    4 : tunables    0    0    0 : slabdata   38   38    0
task_struct       1059   1170   6144    5    8 : tunables    0    0    0 : slabdata  234  234    0
kmalloc-8k         173    184   8192    4    8 : tunables    0    0    0 : slabdata   46   46    0
kmalloc-4k        1029   1048   4096    8    8 : tunables    0    0    0 : slabdata  131  131    0
kmalloc-2k        1596   1632   2048   16    8 : tunables    0    0    0 : slabdata  102  102    0
kmalloc-1k        3088   3488   1024   32    8 : tunables    0    0    0 : slabdata  109  109    0
kmalloc-512       3484   4672    512   32    4 : tunables    0    0    0 : slabdata  146  146    0
kmalloc-256       4136   4320    256   32    2 : tunables    0    0    0 : slabdata  135  135    0
kmalloc-192       7424   7581    192   21    1 : tunables    0    0    0 : slabdata  361  361    0
kmalloc-128       4462   4672    128   32    1 : tunables    0    0    0 : slabdata  146  146    0
kmalloc-96        5568   6006     96   42    1 : tunables    0    0    0 : slabdata  143  143    0
kmalloc-64       27264  28864     64   64    1 : tunables    0    0    0 : slabdata  451  451    0
kmalloc-32       78408  80512     32  128    1 : tunables    0    0    0 : slabdata  629  629    0
kmalloc-16       71249  75520     16  256    1 : tunables    0    0    0 : slabdata  295  295    0
kmalloc-8       130478 132608      8  512    1 : tunables    0    0    0 : slabdata  259  259    0
```

Príklad: stránkovanie, výber obete

- Príklad: Veľkosť stránky je 1kB a proces má pridelené štyri stránkové rámy. Pred začatím vykonávania časti programu sa príslušné stránky nevyužívali. Koľko nastane výpadkov stránok pri vykonaní nasledujúcej časti programu pri použití algoritmu výberu obete LRU?
- `for (i=0; i<n; i++) { A[i] = B[i] + C[i]; }`

0x0040	MOV R1, ZERO		
0x0041	MOV R2, N		
0x0042	CMP R1, R2		
0x0043	JGE 0x0049	0x1800	A[]
0x0044	MOV R3, B(R1)	0x1C00	B[]
0x0045	ADD R3, C(R1)	0x2000	C[]
0x0046	MOV A(R1), R3	0x2400	ONE DW 1
0x0047	ADD R1, ONE	0x2401	ZERO DW 0
0x0048	JMP 0x0042	0x2402	N DW 1024

Príklad: Umiestnenie programu v pamäti



- Zápis programu vo vyššom jazyku (C):

```
for (i=0; i<n; i++) { A[i] = B[i] + C[i]; }
```

- Po preklade kompilátorom:

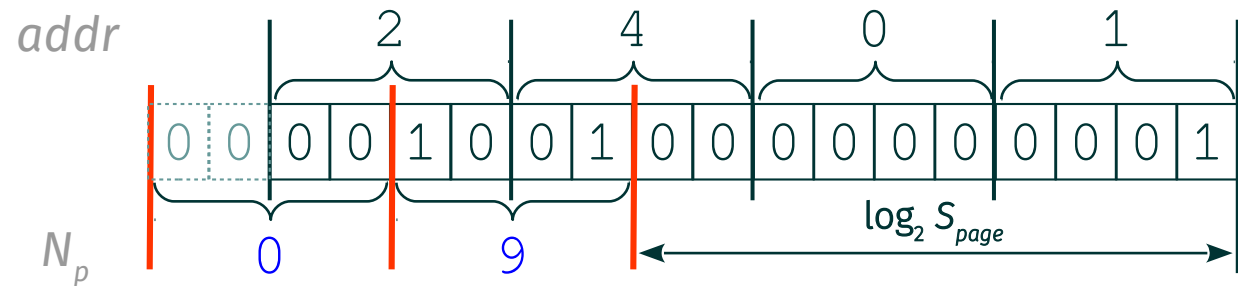
address	text section		data section
0x0040	MOV R1, ZERO		
0x0041	MOV R2, N		
0x0042	CMP R1, R2		
0x0043	JGE 0x0049	0x1800	A[]
0x0044	MOV R3, B(R1)	0x1C00	B[]
0x0045	ADD R3, C(R1)	0x2000	C[]
0x0046	MOV A(R1), R3	0x2400	ONE DW 1
0x0047	ADD R1, ONE	0x2401	ZERO DW 0
0x0048	JMP 0x0042	0x2402	N DW 1024

- Príklad: Veľkosť stránky je 1kB a proces má pridelené štyri stránkové rámy. Pred začatím vykonávania časti programu sa príslušné stránky nevyužívali. Koľko nastane výpadkov stránok pri vykonaní nasledujúcej časti programu pri použití algoritmu výberu obete LRU?
- Postup:
 - Zistíme to “simuláciou” vykonávania programu a algoritmu výberu obete.
 - Aby sme zistili výpadky, musíme vedieť ktoré stránky sú v pamäti a ku ktorým stránkam sa pristupuje.
 - Potrebujeme poznať postupnosť odkazov na stránky – *reference string*.
 - Na to potrebujeme poznať v ktorých stránkach ležia adresy ktoré program využíva.

Príklad: Výpočet čísla stránky



- Veľkosť stránky: $S_{page} = 1kB$, $n_{page} = \log_2 S_{page}$
- Číslo stránky: $N_p(addr) = addr / S_{page} = \text{shr } addr, n_{page}$



0x0040	MOV R1, ZERO		
0x0041	MOV R2, N		
0x0042	CMP R1, R2		
0x0043	JGE 0x0049	0x1800	A[]
0x0044	MOV R3, B(R1)	0x1C00	B[]
0x0045	ADD R3, C(R1)	0x2000	C[]
0x0046	MOV A(R1), R3	0x2400	ONE DW 1
0x0047	ADD R1, ONE	0x2401	ZERO DW 0
0x0048	JMP 0x0042	0x2402	N DW 1024

Príklad: Postupnosť odkazov na stránky

- Reference string:
 - Pri vykonávaní uvedenej časti programu bude procesor postupne robiť prístup k nasledujúcim stránkam.
- $\underline{0}, \underline{9}, \underline{0}, \underline{9}, (\underline{0}, \underline{0}, \underline{0}, \underline{7}, \underline{0}, \underline{8}, \underline{0}, \underline{6}, \underline{0}, \underline{9}, \underline{0})^{1024}, \underline{0}, \underline{0}$

0 {	0x0040	MOV R1, ZERO	0, 9	6	0x1800	A[]
	0x0041	MOV R2, N	0, 9		...	
	0x0042	CMP R1, R2	0	7	0x1C00	B[]
	0x0043	JGE 0x0049	0		...	
	0x0044	MOV R3, B(R1)	0, 7	8	0x2000	C[]
	0x0045	ADD R3, C(R1)	0, 8		...	
	0x0046	MOV A(R1), R3	0, 6	9 {	0x2400	ONE
	0x0047	ADD R1, ONE	0, 9		0x2401	ZERO
	0x0048	JMP 0x0042	0		0x2402	N

-
- Diagram illustrating the bit-level addition of 2 PF and 4 PF to achieve 1023 PF. The diagram shows three stages of addition. Stage 1: 2 PF (0000 0000) + 4 PF (0000 0000) = 0000 0000. Stage 2: 2 PF (0000 0000) + 4 PF (0000 0000) = 0000 0000. Stage 3: 2 PF (0000 0000) + 4 PF (0000 0000) = 0000 0000. The final result is 1023 PF (0000 0000).

To je zatiaľ všetko
