1. a) Uveďte, z čoho sa skladá formálny systém. Stručne definujte dve z jeho zložiek.
   b) Definuje, čo je dôkaz formuly A vo formálnom systéme.
   c) Definujte, čo sú formuly výrokovej logiky (pre logické spojky $\to, \neg$). [3b]

2. Vyslovte vetu o kompaktnosti výrokovej logiky a dokážte nasledovné tvrdenie: nech M je postupnosť konečných množín $\{M_i\}_{i=0}^{\infty}$. Pre každú konenčnú podpostupnosť M (teda postupnosť $\{M_i\}_{i\in I}$, takú, že $I \subseteq_{kon} \mathbb{N}$) vieme nájsť postupnosť prvkov $\{x_i\}_{i\in I}$ takú, že $\forall i \in I : x_i \in M_i$ a $i \neq j \Rightarrow x_i \neq x_j$, práve vtedy, keď vieme nájsť postupnosť $\{x_i\}_{i\in I}$ pre celú postupnosť M, tj. keď $I = \mathbb{N}$. (Slovne: postupnosť $\{x_i\}_{i\in I}$ má mať po jednom prvku z každej $M_i, i \in I$, pričom žiadne dva prvky nemôžu byť rovnaké.) [4b]

3. Definujte pojem bezospornej (konzistentnej) množiny formúl. Ukážte, že ak $T \vdash \neg(A \to A)$, tak $T \vdash B$ pre ľubovoľnú formulu B. [2b]

4. Nech $\mathcal{B}$ je formálny systém definovaný rovnako ako formálny systém výrokovej logiky (FS VL) až na axiómy, ktoré má štyri. Prvé dve, (B1) a (B2), sú rovnaké ako (A1), (A2), zvyšné sú nasledovné:
   (B3) $A \to ((A \to B) \to ((B \to C) \to C))$
   (B4) $(\neg B \to \neg A) \to B$
   Predpokladajte, že pre formálny systém $\mathcal{B}$ platí veta o dedukcii.
   Sformulujte (slabé formy) tvrdení o úplnosti a korektnosti. Zistite a dokážte, či je tento systém (slabo) úplný, a zistite a dokážte, či je aj (slabo) korektný – všetko vzhľadom ku klasickej interpretácii (tj. $\bar{v}(A) = 0 \Leftrightarrow \bar{v}(\neg A) = 1$ a $\bar{v}(A \to B) = 0 \Leftrightarrow (\bar{v}(A) = 1 \wedge \bar{v}(B) = 0)$). Môžete pritom využiť, že FS VL je úplný aj korektný. [6b]

Bonus. V úlohe č. 4 sme predpokladali, že vo formálnom systéme $\mathcal{B}$ platí veta o dedukcii. Sformulujte vetu o dedukcii a zistite, či naozaj v $\mathcal{B}$ platí. [2b]