

Tretia sada bodovaných domácich úloh

Úlohy tejto sady je potrebné odovzdať **do štvrtka 10. novembra 2022, 11:00** do krabice umiestnenej na chodbe pred sekretariátom KI (miestnosť M-254), prípadne osobne na niektorom z cvičení.

1. Nech $m \in \mathbb{N} - \{0\}$. Zostrojte (deterministický alebo nedeterministický) konečný automat akceptujúci jazyk

$$L_m = \{ucv \mid u, v \in \{a, b\}^*; \#_a(u) \equiv \#_a(v) \pmod{m}\}$$

(nad abecedou $\Sigma = \{a, b, c\}$). Poriadne dokážte správnosť svojej konštrukcie.

2. Nech Σ je abeceda, $L \subseteq \Sigma^*$ jazyk a $x \in \Sigma^*$ slovo. *Ľavým kvocientom* jazyka L podľa slova x nazveme jazyk

$$x \setminus L = \{w \in \Sigma^* \mid xw \in L\}.$$

Nech ďalej $A = (K, \Sigma, \delta, q_0, F)$ je ľubovoľný deterministický konečný automat a $q \in K$ jeho stav. *Budúcnosťou stavu* q nazveme jazyk $\text{fut}(q)$ všetkých slov, ktoré automat A akceptuje v prípade, že ich začne čítať zo stavu q – teda

$$\text{fut}(q) = \{w \in \Sigma^* \mid \exists q_F \in F : (q, w) \vdash^* (q_F, \varepsilon)\}.$$

Dokážte, že:

- a) Pre každý *deterministický* konečný automat $A = (K, \Sigma, \delta, q_0, F)$ a všetky $x \in \Sigma^*$ existuje stav $q \in K$ taký, že $x \setminus L(A) = \text{fut}(q)$.
- b) Pre každý regulárny jazyk $L \subseteq \Sigma^*$ je množina jazykov $\{x \setminus L \mid x \in \Sigma^*\}$ konečná.