

Štvrtá sada bodovaných domácich úloh

Úlohy tejto sady je potrebné odovzdať **do štvrtka 24. novembra 2022, 11:00** do krabice umiestnenej na chodbe pred sekretariátom KI (miestnosť M-254), prípadne osobne na niektorom z cvičení.

1. Nech Σ je abeceda a $L \subseteq \Sigma^*$ je jazyk. *Prefixovou redukciou* jazyka L nazveme jazyk $\text{pref}^\downarrow(L)$ obsahujúci práve všetky slová w z jazyka L také, že aj všetky prefixy slova w patria do L – čiže

$$\text{pref}^\downarrow(L) = \{w \in \Sigma^* \mid \forall u \in \Sigma^* : (\exists v \in \Sigma^* : w = uv) \Rightarrow u \in L\}.$$

Zistite, či je trieda \mathcal{R} uzavretá na prefixovú redukciu. Svoje tvrdenie dokážte.

2. Nech Σ je k -prvková abeceda a $w \in \Sigma^*$ slovo. Definujme $\text{sort}(w)$ ako *jazyk* všetkých možných „utriedení“ slova w vzhľadom na úplné usporiadania na abecede Σ :

$$\text{sort}(w) = \{a_1^{\#_{a_1}(w)} a_2^{\#_{a_2}(w)} \dots a_k^{\#_{a_k}(w)} \mid a_1, \dots, a_k \in \Sigma; \forall i, j \in [k] : i \neq j \Rightarrow a_i \neq a_j\}.$$

Napríklad teda

$$\text{sort}(abbac) = \{aabb, aacbb, bbaac, bbcaa, caabb, cbba\}.$$

Pre jazyk $L \subseteq \Sigma^*$ ďalej položíme

$$\text{sort}(L) = \bigcup_{w \in L} \text{sort}(w).$$

Zistite, či je trieda \mathcal{R} uzavretá na operáciu sort . Svoje tvrdenie dokážte.

Bližšie inštrukcie. Pri dokazovaní uzavretosti triedy \mathcal{R} na nejakú operáciu je najpodstatnejšou súčasťou riešenia formálne zapísaná konštrukcia konečného automatu, prípadne regulárnej gramatiky. Správnosť tejto konštrukcie stačí zdôvodniť slovne.

Naopak pri dokazovaní, že trieda \mathcal{R} na nejakú operáciu nie je uzavretá, je potrebné prísť s vhodným kontrapríkladom. Tvrdenia o neregulárnosti jazykov vystupujúcich v kontrapríkladoch je potrebné dokázať (pokiaľ nie sú známe z prednášky). Regulárnosť jazykov z kontrapríkladov dokazovať netreba.