

Piata sada bodovaných domácich úloh

Úlohy tejto sady je potrebné odovzdať **do štvrtka 8. decembra 2022, 11:00** do krabice umiestnenej na chodbe pred sekretariátom KI (miestnosť M-254), prípadne osobne na niektorom z cvičení.

Nech Σ je abeceda. Nech $w = a_1a_2 \dots a_n$, kde $n \in \mathbb{N}$ a $a_1, a_2, \dots, a_n \in \Sigma$. *Roztrúseným podslovom* slova w nazveme ľubovoľné slovo $x = a_{i_1}a_{i_2} \dots a_{i_k}$, kde $k \in \mathbb{N}$ a $i_1, i_2, \dots, i_k \in \mathbb{N}$ sú indexy také, že $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$. Ak teda slová chápeme ako konečné postupnosti znakov, zodpovedajú roztrúsené podslová bežne chápaným podpostupnostiam.

Napríklad slovo $w = abab$ tak má práve nasledujúce roztrúsené podslová:

$$\varepsilon, a, b, aa, ab, ba, bb, aab, aba, abb, bab, abab.$$

Pre dvojicu slov $x, w \in \Sigma^*$ budeme písať $x \sqsubseteq w$, ak x je roztrúseným podslovom slova w . Pre jazyk $L \subseteq \Sigma^*$ navyše položíme

$$L^\downarrow = \{x \in \Sigma^* \mid \exists w \in L : x \sqsubseteq w\}.$$

Ide teda o jazyk všetkých slov nad abecedou Σ , ktoré sú roztrúseným podslovom aspoň jedného slova z jazyka L .

1. Zistite, či je trieda \mathcal{L}_{CF} uzavretá na operáciu \downarrow . Svoje tvrdenie dokážte.
2. Zistite, či je trieda \mathcal{L}_{RE} uzavretá na operáciu \downarrow . Svoje tvrdenie dokážte.

Bližšie inštrukcie. Konštrukcie bezkontextových gramatík alebo zásobníkových automatov je potrebné zapísať formálne; ich správnosť stačí zdôvodniť slovne. Príslušnosť jazykov mimo triedy \mathcal{L}_{CF} je potrebné dokázať, pokiaľ nie je známa z prednášky. Príslušnosť konkrétnych jazykov do triedy \mathcal{L}_{CF} netreba dokazovať.

Konštrukcie Turingových strojov stačí opísať slovne – podľa tohto opisu by sa však mala dať bez väčších problémov a nejasností zrekonštruovať aj prechodová funkcia stroja.