

Sada úloh na cvičenie č. 5

1. Zostrojte bezkontextovú gramatiku generujúcu jazyk $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \neq w^R\}$ a dokážte správnosť svojej konštrukcie.
2. Zostrojte bezkontextovú gramatiku generujúcu jazyk všetkých korektných aritmetických výrazov nad abecedou $\Sigma = \{0, 1, \dots, 9, +, -, \cdot, /, (,)\}$. Správnosť konštrukcie neformálne zdôvodnite.
3. Jazyk $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) = \#_b(w)\}$ možno vygenerovať napríklad bezkontextovou gramatikou $G = (N, T, P, \sigma)$ takou, že $N = \{\sigma\}$, $T = \{a, b\}$ a

$$P = \{\sigma \rightarrow a\sigma b \mid b\sigma a \mid \varepsilon\}.$$

Dokážte, že táto gramatika nie je jednoznačná.

4. Nájdite *jednoznačnú* bezkontextovú gramatiku generujúcu jazyk

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) = \#_b(w)\}.$$

Správnosť konštrukcie neformálne zdôvodnite.

Nech $k \in \mathbb{N} - \{0\}$. Bezkontextovú gramatiku G nazveme *k-značnou*, ak pre každé $w \in L(G)$ existuje *najviac* k ľavých krajných odvození slova w v gramatike G ; gramatika G je potom evidentne jednoznačná práve vtedy, keď je 1-značná. Budeme tiež hovoriť, že gramatika G je *konečne viacznačná*, ak existuje $k \in \mathbb{N} - \{0\}$, pre ktoré je táto gramatika k -značná.

5. Nájdite *regulárnu* gramatiku G takú, že $L(G) = \{a, b\}^*$ a:
 - a) G je jednoznačná;
 - b) G je konečne viacznačná, ale nie je jednoznačná;
 - c) G nie je konečne viacznačná.

Správnosť svojich konštrukcií neformálne zdôvodnite.

6. Nech $G = (N, T, P, \sigma)$ je bezkontextová gramatika s $N = \{\sigma, \alpha, \beta, \gamma\}$, $T = \{a, b\}$ a

$$P = \{\sigma \rightarrow a\sigma \mid a\sigma\alpha \mid \beta \\
 \alpha \rightarrow a\alpha \mid b\alpha\alpha\beta \mid b\alpha\gamma \\
 \beta \rightarrow a\beta \mid b \mid \varepsilon \\
 \gamma \rightarrow \gamma \mid b\gamma\gamma \mid a\}.$$

Štandardnou konštrukciou prevedte gramatiku G do redukovaného normálneho tvaru.

7. Nech $G = (N, T, P, \sigma)$ je bezkontextová gramatika s $N = \{\sigma, \alpha, \beta\}$, $T = \{a, b\}$ a

$$P = \{\sigma \rightarrow ab\sigma \mid a\alpha b\beta \mid \beta \\
 \alpha \rightarrow \alpha\beta \mid \varepsilon \\
 \beta \rightarrow a\beta \mid ab\}.$$

Štandardnou konštrukciou prevedte gramatiku G do Chomského normálneho tvaru.

8. Nech $G = (N, T, P, \sigma)$ je bezkontextová gramatika s $N = \{\sigma, \alpha, \beta, \gamma\}$, $T = \{a, b\}$ a

$$P = \{\sigma \rightarrow a\sigma \mid a\alpha\beta \mid b\gamma \\
 \alpha \rightarrow a\beta\beta \mid a\beta\gamma \mid b \\
 \beta \rightarrow a \mid b \mid \varepsilon \\
 \gamma \rightarrow b\gamma \mid \beta\beta\}.$$

Štandardnou konštrukciou prevedte gramatiku G do „bezepsilonového“ normálneho tvaru.

9. Dokážte, že každý bezkontextový jazyk je generovaný nejakou bezkontextovou gramatikou $G = (N, T, P, \sigma)$ takou, že $P \subseteq N \times (N^3 \cup T \cup \{\varepsilon\})$.
10. Zistite, či je každý neprázdny bezkontextový jazyk generovaný bezkontextovou gramatikou, ktorá je súčasne redukovaná a v Chomského normálnom tvare. Svoje tvrdenie dokážte.