

## Sada úloh na cvičenie č. 6

■ Všetky vyslovené tvrdenia, ktoré nie sú známe z prednášky, je potrebné formálne dokázať.

- Nech  $A = (K, \Sigma, \delta, q_0, F)$  je nedeterministický konečný automat. Dokážte, že:
  - pre ľubovoľnú dvojicu stavov  $p, q \in K$  a všetky  $u, v \in \Sigma^*$  je  $(p, uv) \vdash^* (q, v)$  práve vtedy, keď  $(p, u) \vdash^* (q, \varepsilon)$ ;
  - pre ľubovoľnú trojicu stavov  $p, q, r \in K$  a všetky  $u, v \in \Sigma^*$  také, že  $(p, u) \vdash^* (q, \varepsilon)$  a  $(q, v) \vdash^* (r, \varepsilon)$  je aj  $(p, uv) \vdash^* (r, \varepsilon)$ .

- Nech  $A = (K, \Sigma, \delta, q_0, F)$  je nedeterministický konečný automat. Uvažujme (infixovo zapisovanú) binárnu reláciu  $\rightarrow_A$  na množine  $K$  takú, že pre  $p, q \in K$  je  $p \rightarrow_A q$  práve vtedy, keď existuje  $z \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$  také, že  $q \in \delta(p, z)$ . Poriadnou matematickou indukciou dokážte, že pre všetky  $p, q \in K$  je  $p \rightarrow_A^* q$  práve vtedy, keď existuje  $w \in \Sigma^*$  také, že  $(p, w) \vdash^* (q, \varepsilon)$  – čiže ak je stav  $q$  dosiahnuteľný zo stavu  $p$ .

- Zostrojte (deterministický alebo nedeterministický) konečný automat akceptujúci jazyk

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \equiv 2 \pmod{3} \wedge |w| \not\equiv 1 \pmod{5}\}$$

a dokážte správnosť svojej konštrukcie.

- Zostrojte (deterministický alebo nedeterministický) konečný automat akceptujúci jazyk

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \equiv 2 \pmod{3} \vee |w| \not\equiv 1 \pmod{5}\}$$

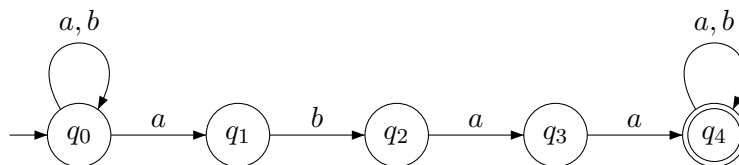
a dokážte správnosť svojej konštrukcie.

- Nech  $m \in \mathbb{N} - \{0\}$ . Zostrojte (deterministický alebo nedeterministický) konečný automat akceptujúci jazyk

$$L_m = \{a^i b^j \mid i, j \in \mathbb{N}; i \equiv j \pmod{m}\}$$

a dokážte správnosť svojej konštrukcie.

- Uvažujme nedeterministický konečný automat  $A$  nad abecedou  $\Sigma = \{a, b\}$  daný nasledujúcim diagramom.



- Dokážte, že automat  $A$  akceptuje jazyk  $L = \Sigma^* abaa \Sigma^*$ .
  - Zostrojte *deterministický* konečný automat akceptujúci rovnaký jazyk a neformálne zdôvodnite správnosť svojej konštrukcie.
- Zostrojte (deterministický alebo nedeterministický) konečný automat akceptujúci jazyk

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \equiv 2 \pmod{7} \text{ a zároveň } w \text{ obsahuje podslovo } abb\}$$

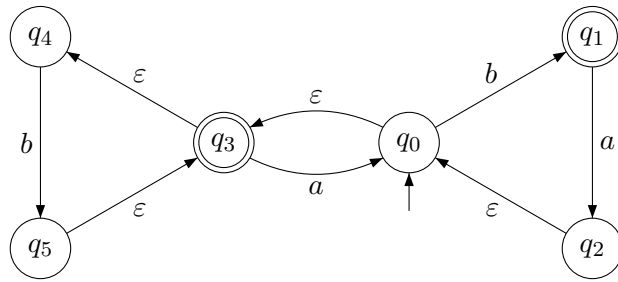
a dokážte správnosť svojej konštrukcie.

- Nech  $\Sigma$  je abeceda,  $m \in \mathbb{N}$  a  $w_1, \dots, w_m \in \Sigma^*$ . Zostrojte *deterministický* konečný automat akceptujúci konečný jazyk

$$L = \{w_1, \dots, w_m\}$$

a dokážte správnosť svojej konštrukcie.

9. Uvažujme nedeterministický konečný automat  $A$  nad abecedou  $\Sigma = \{a, b\}$  daný nasledujúcim diagramom.



Štandardnou konštrukciou zbavte automat  $A$  prechodov na prázdne slovo.