

Sada úloh na cvičenie č. 12

1. Uvažujme rozhodovací problém daný nasledovne:

Vstup: Kód $\langle A \rangle$ deterministického Turingovho stroja A nad abecedou $\{0, 1\}$; slovo $w \in \{0, 1\}^*$.

Výstup: „Áno“ práve vtedy, keď $w^R \in L(A)$.

Zistite, či je uvedený problém rozhodnuteľný. Ak nie, je aspoň rekurzívne vyčísliteľný? Svoje tvrdenia dokážte.

2. Uvažujme rozhodovací problém daný nasledovne:

Vstup: Kód $\langle A \rangle$ deterministického Turingovho stroja A nad abecedou $\{0, 1\}$; slovo $w \in \{0, 1\}^*$.

Výstup: „Áno“ práve vtedy, keď $w^R \notin L(A)$.

Zistite, či je uvedený problém rozhodnuteľný. Ak nie, je aspoň rekurzívne vyčísliteľný? Svoje tvrdenia dokážte.

3. Uvažujme rozhodovací problém daný nasledovne:

Vstup: Kód $\langle A \rangle$ deterministického Turingovho stroja A nad abecedou $\{0, 1\}$; slovo $w \in \{0, 1\}^*$.

Výstup: „Áno“ práve vtedy, keď $w \in L(A)$ a zároveň $w^R \in L(A)$.

Zistite, či je uvedený problém rozhodnuteľný. Ak nie, je aspoň rekurzívne vyčísliteľný? Svoje tvrdenia dokážte.

4. Uvažujme rozhodovací problém daný nasledovne:

Vstup: Kód $\langle A \rangle$ deterministického Turingovho stroja A nad abecedou $\{0, 1\}$; slovo $w \in \{0, 1\}^*$; číslo $k \in \mathbb{N}$.

Výstup: „Áno“ práve vtedy, keď A urobí na vstupe w aspoň k krokov výpočtu.

Zistite, či je uvedený problém rozhodnuteľný. Ak nie, je aspoň rekurzívne vyčísliteľný? Svoje tvrdenia dokážte.

5. Uvažujme rozhodovací problém daný nasledovne:

Vstup: Kód $\langle A \rangle$ deterministického Turingovho stroja A nad abecedou $\{0, 1\}$; slovo $w \in \{0, 1\}^*$; kód $\langle q \rangle$ stavu q stroja A .

Výstup: „Áno“ práve vtedy, keď sa výpočet stroja A na vstupe w nikdy nedostane do stavu q .

Zistite, či je uvedený problém rozhodnuteľný. Ak nie, je aspoň rekurzívne vyčísliteľný? Svoje tvrdenia dokážte.

6. Uvažujme rozhodovací problém daný nasledovne:

Vstup: Kód $\langle A \rangle$ deterministického Turingovho stroja A nad abecedou $\{0, 1\}$; slovo $w \in \{0, 1\}^*$.

Výstup: „Áno“ práve vtedy, keď sa výpočet stroja A na vstupe w zastaví v konfigurácii, v ktorej je na páske zapísaný palindróm.

Zistite, či je uvedený problém rozhodnuteľný. Ak nie, je aspoň rekurzívne vyčísliteľný? Svoje tvrdenia dokážte.

7. Uvažujme rozhodovací problém daný nasledovne:

Vstup: Kód $\langle A \rangle$ deterministického Turingovho stroja A nad abecedou $\{0, 1\}$; číslo $k \in \mathbb{N}$.

Výstup: „Áno“ práve vtedy, keď A akceptuje aspoň jeden vstup dĺžky k .

Zistite, či je uvedený problém rozhodnuteľný. Ak nie, je aspoň rekurzívne vyčísliteľný? Svoje tvrdenia dokážte.

8. Uvažujme rozhodovací problém daný nasledovne:

Vstup: Kód $\langle A \rangle$ deterministického Turingovho stroja A nad abecedou $\{0, 1\}$; kód $\langle q \rangle$ stavu q stroja A .

Výstup: „Áno“ práve vtedy, keď sa výpočet stroja A na vstupe ε aspoň raz dostane do stavu q . Zistite, či je uvedený problém rozhodnuteľný. Ak nie, je aspoň rekurzívne vyčísliteľný? Svoje tvrdenia dokážte.

9. Existuje jazyk $L \subseteq a^*$, ktorý nie je rekurzívne vyčísliteľný? Svoje tvrdenie dokážte.

10. Sú všetky jazyky nad abecedou $\Sigma = \{a, b\}$ opísateľné s použitím bežnej matematickej notácie v PDF dokumente vytvorenom systémom L^AT_EX?

11. Zistite, či je trieda \mathcal{L}_{rec} uzavretá na zjednotenie. Svoje tvrdenie dokážte.

12. Zistite, či je trieda \mathcal{L}_{rec} uzavretá na zreťazenie. Svoje tvrdenie dokážte.

Nech Σ je abeceda. Pripomeňme si, že *prefixovým uzáverom* jazyka $L \subseteq \Sigma^*$ nazývame jazyk

$$\text{pref}(L) = \{u \in \Sigma^* \mid \exists v \in \Sigma^* : uv \in L\}.$$

Hovoríme, že trieda jazykov \mathcal{L} je *prefixovo uzavretá*, ak pre všetky $L \in \mathcal{L}$ je aj $\text{pref}(L) \in \mathcal{L}$.

13. Zistite, či je trieda \mathcal{L}_{rec} prefixovo uzavretá. Svoje tvrdenie dokážte.