

Prvá sada domácich úloh

Úlohy tejto sady je potrebné odovzdať **do stredy 16. marca 2016, 14:40 SEČ** na cvičení alebo na prednáške. V riešeniach je nutné všetky tvrdenia dokázať.

1. Nech $n \geq 2$ je prirodzené číslo. Z množiny $\{1, 2, \dots, 2n\}$ vyberme ľubovoľných $n+2$ (rôznych) čísel. Dokážte, že medzi vybranými číslami musia existovať dve, ktoré majú súčet $2n + 3$.
2. V mešci sú mince o hodnotách 50 centov, 1 euro a 2 eurá (nekonečne veľa kusov z každej). Po zatrasení mešcom sa náhodne vysypú štyri mince. Koľko najmenej zatrasení mešcom je nutných na to, aby istotne aspoň dvakrát vypadla trojica mincí s rovnakým súčtom?
3. *Špecializovaný strelcov-expert* je šachová figúrka, ktorá sa môže hýbať iba po diagonálach rovnobežných s diagonálou **a1-h8**. Prípustné sú teda práve všetky ťahy po diagonále v smere „doprava hore“ alebo „doľava dole“. Koľko najviac špecializovaných strelcov-expertov možno umiestniť na (štandardnú) šachovnicu tak, aby sa žiadni dvaja neohrozovali?
4. *Prehnane iniciatívny strelcov* je šachová figúrka, ktorej jeden ťah pozostáva z ľubovoľného nenulového počtu ťahov bežného strelca. Koľko najviac prehnane iniciatívnych strelcov možno umiestniť na (štandardnú) šachovnicu tak, aby sa žiadni dvaja neohrozovali?