

Druhá sada domácich úloh

Úlohy tejto sady je potrebné odovzdať do stredy 30. marca 2016, 14:40 SELČ na cvičení alebo na prednáške.

1. Nech $A = \{1, \dots, 100\}$ a $B = \{1, \dots, 200\}$. Nájdite počet všetkých zobrazení $f: A \rightarrow B$ takých, že:
 - a) Zobrazenie f je injektívne.
 - b) Platí $f(1) = 1$.
 - c) Pre všetky $k \in \{1, \dots, 20\}$ platí $f(k) \geq 100$.
 - d) Zobrazenie f je injektívne a pre všetky $k \in \{1, \dots, 20\}$ platí $f(k) \geq 100$.
 - e) Pre všetky $k \in \{1, \dots, 20\}$ platí $f(k) \geq 50$ a pre všetky $k \in \{21, \dots, 40\}$ platí $f(k) \leq 30$.
 - f) Existuje práve jedno $a \in A$ také, že $f(a) = 1$.
 - g) Existuje práve jedno $a \in A$ také, že $f(a) \neq 1$.
 - h) Zobrazenie f je injektívne a existuje práve jedno $a \in A$ také, že $f(a) \geq 100$.
 - i) Zobrazenie f zachováva paritu – čiže $a \equiv f(a) \pmod{2}$ pre všetky $a \in A$.
 - j) Zobrazenie f je rýdzo monotónne (buď pre všetky $i < j$ platí $f(i) < f(j)$ alebo pre všetky $i < j$ platí $f(i) > f(j)$).

Svoje tvrdenia stručne zdôvodnite.