

Prvá sada domácich úloh

Úlohy tejto sady je potrebné odovzdať **do stredy 22. marca 2017, 14:40 SEČ** na cvičení alebo do obálky na dverách miestnosti M-249. V riešeniach je nutné všetky vyslovené tvrdenia dokázať. Riešenie každej z úloh odovzdajte na samostatnom liste papiera.

1. Máme daných osem *zložených* čísel $a_1, \dots, a_8 \in \{1, \dots, 359\}$. Dokážte, že spomedzi nich možno vybrať dvojicu súdeliteľných čísel a_i, a_j (kde $i \neq j$).
2. Na večierku je $n \geq 2$ hostí. Každý z nich má spomedzi ostatných zúčastnených nejaký počet známych (od 0 po $n - 1$). Platí, že ak hosť A pozná hosťa B , tak aj hosť B pozná hosťa A . Dokážte, že aspoň dvaja ľudia na večierku majú rovnaký počet známych.
3. Bežný šachový kôň sa môže v jednom ťahu pohnúť buď o dve políčka zvisle a o jedno políčko vodorovne, alebo o jedno políčko zvisle a o dve políčka vodorovne. *Trochu splašený kôň* je šachová figúrka, ktorá sa môže v jednom ťahu pohnúť buď o *štyri* políčka zvisle a o jedno políčko vodorovne, alebo o jedno políčko zvisle a o *štyri* políčka vodorovne. Koľko najviac trochu splašených koňov možno umiestniť na (štandardnú) šachovnicu tak, aby sa žiadni dvaja neohrozovali?
4. *Kobylka* je šachová figúrka, ktorá sa v jednom ťahu hýbe vždy *zvisle o tri políčka* (prípustný je ťah oboma smermi). Koľko najviac kobyliek možno umiestniť na (štandardnú) šachovnicu tak, aby sa žiadne dve neohrozovali?