

Piata sada domácich úloh

Úlohy tejto sady je potrebné odovzdať **do stredy 24. mája 2017, 14:40 SELČ** na cvičení alebo do obálky na dverách miestnosti M-249. Riešenie každej z (makro)úloh odovzdajte na samostatnom liste papiera.

1. Nájdite nekonečnú postupnosť $\{f_i\}_{i=0}^{\infty}$ funkcií z \mathbb{N} do \mathbb{R} takú, že sú súčasne splnené nasledujúce dve podmienky:

- (i) Pre všetky $i \in \mathbb{N}$ platí $f_i(n) = O(n)$.
(ii) Pre všetky $i \in \mathbb{N}$ platí $f_i(n) = \omega(f_{i+1}(n))$.

Svoje tvrdenie *poriadne* dokážte. (Napríklad pri dôkaze $f_i(n) = O(n)$ by mali byť explicitne určené konštanty c a n_0 z definície O -notácie a podobne.) (4 body)

2. Dokážte, že platí (3 body)

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i} = \Theta(\ln n).$$

3. Nech

$$f(n) = n^{1+(-1)^n} + n^2.$$

Dokážte alebo vyvráťte:

- a) $f(n) \sim n^2$. (1 bod)
b) $f(n) = \Omega(n^2)$. (1 bod)
c) $f(n) = o(n^3)$. (1 bod)