Príprava na prvú písomku.

1. Zistite, či nasledujúci zložený výrok je tautológia. Ak nie je, nájdite valuáciu výrokových premenných takú, že zložený výrok je nepravdivý.
   - $((a \to b) \wedge c) \vee (c \to a)$
   - $((a \vee b) \to c) \vee \neg(c \wedge a)$
2. Prepíšte nasledujúce zložené výroky iba pomocou spojek $\neg$ a $\to$.
   - $((a \to b) \wedge c)$
   - $((a \vee b) \to c)$
3. Znegujte nasledujúce výroky
   - $\forall x \exists y \forall z\ ((a(x) \to b(y)) \wedge c(z))$
   - $\forall x\ ((a(x) \to b(x)) \wedge \exists y\ (c(x,y) \leftrightarrow d(x,y)))$
4. Dokážte, že platí
   - $[\exists x(b(x) \to \forall y\ a(x,y))] \to [\forall x(b(x) \vee \exists y\ [b(x) \to a(x,y)])]$
5. Dokážte nasledujúce tvrdenia.
   - $\forall x \in \mathbb{N}\ [x \text{ je nepárne} \to \exists y, z \in \mathbb{N}\ (x = y + z \wedge z = y + 1)]$.
   - Existuje číslo x také, že x je prvočislo a x+6 je tiež prvočíslo.
   - Ak je π iracionálne číslo, tak aj $2 \cdot \pi/5 - 3$ je iracionálne číslo
   - Pre všetky kladné reálne čísla x, y, z platí $x + y/4 \geq \sqrt{xy}$
   - Funkcia $f(x) = 2/x$ je klesajúca na intervale $(0, \infty)$.
6. Dokážte pomocou matematickej indukcie, že pre všetky kladné celé čísla platí
   - $\sum_{i=0}^{n} i \cdot (i+1) = n \cdot (n+1) \cdot (n+2)/3$
   - $\sum_{i=0}^{n} i \cdot 2^i = 2 + (n-1) \cdot 2^{n+1}$
   - $11^{n+1} + 12^{2n-1}$ je deliteľné 133.
   - $(3n)! > n^2$
   - $n^3 > 10 \cdot n^2 - 100000$
7. Priamo dokážte nasledujúce tvrdenia
   - $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
   - $(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$
   - Ak $A \cup B = B$, potom $A - B = \emptyset$
   - $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cap B)$
8. Zistite, či je relácia reflexívna, tranzitívna a symetrická.
   - $R = \{(a,b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}; |a-b| \text{ je prvočíslo}\}$.
   - $R = \{(a,b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}; |a-b| \text{ nie je prvočíslo}\}$.
   - $R = \{(a,b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}; a \cdot b > 0\}$.
   - $R = \{(a,b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}; 100|(a+b)\}$.