

## Výrokové formy

**Kvantifikatory nad univerzalnou množinou, interpretácia, U chceme aby bola neprázdna**

**Nad množinou  $U=\{1,2,3\}$  zadat tabuľkou**

**upozorniť na to že vo "forall x" x je lokálna premenná, pravidlá ako pri programovacích jazykoch, ale tak ako pri programovaní nechceme zavádzať rovnakými názvami premenných v rôznych scopoch ani v matematike**

$[\text{EXISTS } x (a(x) \rightarrow b(x))] \rightarrow [\text{FORALL } x b(x) \text{ or } a(x)]$

$[\text{EXISTS } x ( [\text{FORALL } y a(x,y)] \text{ or } b(x))] \rightarrow [\text{FORALL } x b(x) \leftrightarrow [\text{EXISTS } y a(x,y)]]$

**Na poradi kvantifikátorov záleží, Tabuľková metóda na zisťovanie platnosti pre konečnú množinu**

Existuje človek taký, že každý iný človek má výšku  $\leq$  ako on.

Pre každého človeka existuje iný človek, ktorý má výšku  $\leq$  ako on.

$\text{FORALL } x \text{ EXISTS } y a(x,y) \rightarrow \text{EXISTS } x \text{ FORALL } y a(x,y) \quad U=\{1,2,3\}$

$\text{EXISTS } x \text{ FORALL } y a(x,y) \rightarrow \text{FORALL } x \text{ EXISTS } y a(x,y) \quad U=\{1,2,3\}$  **oni**

**Dokazovanie priame dôkazy implikácie:**

$\text{FORALL } x a(x) \rightarrow a(\text{hocico})$

$\text{EXIST } x a(x) \rightarrow a(t)$  ale t musí byť nový symbol

$a(\text{hocico}) \rightarrow \text{EXIST } x a(x)$

!!! ak potrebujeme niečo dokázať FORALL, dokazujeme pre nový symbol (obvyčajne sa jednoducho ignoruje kvantifikátor, ale tu chcem byť explicitný)

$\text{forall } x [a(x) \rightarrow b(x)] \rightarrow [\text{forall } x a(x) \rightarrow \text{forall } x b(x)]$

Riesim ja: priamy dôkaz implikácie formula sa na 2x rozbieha, a potom sa v cieľi nahradí x novým písmenom. Pozor, musí sa to komentovať na začiatku dokazu aby bol symbol nový.

$\text{exists } x [a(x) \rightarrow b(x)] \rightarrow [\text{forall } x a(x) \rightarrow \text{exist } x b(x)]$

+opacne (možno neplatia, ak neplatia, skúsime zostrojiť interpretáciu, ak sa nebude dať zostrojiť implementáciu odložiť na dokaz sporom).

**Negovanie kvantifikátorov, dôkaz sporom:**

Rovnako príklady dokaz sporom (tie kde to neplatí urobím ja a ukážem ako to naznačuje ako má vyzeráť protipríklad)

+

$\text{FORALL } x \text{ EXISTS } y a(x,y) \rightarrow \text{EXISTS } x \text{ FORALL } y a(x,y)$

**Dosadzovanie za existencný kvantifikátor za všeobecným**

$\text{FORALL } x \text{ EXISTS } y a(x,y) \rightarrow \text{FORALL } x a(x, b(x))$

**Dôkazy:**

$10x+5=45 \rightarrow x=4 \quad U=\mathbb{R}$

$(x+y)/2 \geq \sqrt{x+y} \quad U=\mathbb{R}^+$

ak je n párne tak je  $n^2$  párne  $U=\mathbb{Z}$

$n^2$  ba zvyšok po delení 4 0 alebo 1  $U=\mathbb{Z}$

$|2x+3|+|x|=3x+5 \rightarrow x=-1 \quad U=\mathbb{R}$

Prvocísel je nekonečne veľa.  $U=\mathbb{Z}$

**Nepriamy dôkaz implikácie**

Ak e nie je riešením polynómnej rovnice s racionálnymi koeficientami, tak ani 2e nie je

Ak nemožno napísať program, ktorý zistí či daná diofantická rovnica má riešenie tak potom nevieme napísať program, ktorý zistí či daný iný program na danom vstupe zastaví.

**Obmedzené kvantifikovanie**

$\text{FORALL } x \in M a(x) \quad \text{FORALL } x (x \in M) \rightarrow a(x)$

$\text{EXISTS } x \in M a(x) \quad \text{EXISTS } x (x \in M) \wedge a(x)$ ,