

### Dokazte pomocou MI

1.  $1+q+q^2+ \dots + q^n = (q^{n+1} - 1) / (q-1)$
2. 31 deli  $5^{n+1}+6^{2n-1}$ , pre kazde prirodzene cislo n
3.  $1/(1.2) + 1/(2.3) + 1/(3.4) + \dots + 1/((n-1).n) \leq 1-1/n$
4.  $1^3+2^3+ \dots + n^3 = (1+2+\dots+n)^2$
5.  $2^n \geq n$  pre vsecky cele cisla  $n \geq 0$
6.  $3^n \geq 2n + 1$  pre vsecky cele  $n \geq 1$
7.  $3^n < n!$  pre dostatočne veľké n
8.  $(2n)! < 2^{2n} (n!)^2$

### Suma – notacia, vypočítajte sumy

1.  $\sum_{i=1}^{10} 1$
2.  $\sum_{i=1}^{10} (-1)^i$
3.  $\sum_{i=-12}^{36} 7$
4.  $\sum_{i=4}^{12} i + 3$
5.  $\sum_{i=4}^{12} \pi \cdot i + 3$

### Dokazte pomocou MI

1.  $\sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}$
2.  $\sum_{i=1}^n 2 \cdot 3^i = 3^{n+1} - 3$
3.  $x_1 \dots x_n$  kladné reálne čísla  
 $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_3} + \dots + \frac{x_{n-1}}{x_n} + \frac{x_n}{x_1} \geq n$

použit indukciu po n-1. To čo vznikne sa da rozpisat na  $(x_n - x_1)(x_n - x_{n-1}) \leq 0$ . Toto sa da splnit ked vyuzijeme symetriu a povieme si, ze  $x_n$  je najvacsie cislo zo vsetkych.

4.  $(x_1 + x_2 + \dots + x_n)^2 \leq n(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)$

Jednoduchou indukcia, upraví sa to na sucet stvorcov  $(x_1 - x_n)^2 + (x_2 - x_n)^2 + \dots$

### Úplná indukcia

- $a_0 = 1$   
 $a_n = a_0 + a_1 + \dots + a_{n-1}$   
 $a_n = 2^{n-1}$ ,  $n > 0$   
1 1 2 4 8

### Nepriamy dôkaz implikácie

Ak  $\sqrt{2}$  je iracionalne tak aj  $2 \cdot \sqrt{2}$  je iracionalne.

Ak e nie je riesenim polynomialnej rovnice s racionalnymi koeficientami, tak ani  $2e$  nie je

Ak nemozno napisat program, ktorý zisti ci dana diofanticka rovnica ma riesenie tak potom nevieme napisat program, ktorý zisti ci dany iny program na danom vstupe zastavi.