**Cvicenie 5**

- nech $A = \{\mathrm{a}, \mathrm{b}, \{\emptyset\}, \emptyset\}$ (a, b sú písmená)
  - koľko prvkov má množina A?
  - čo platí? $A \in A$, $A \subset A$, $\emptyset \in A$, $\emptyset \subset A$, $\{\mathrm{a}, \mathrm{b}\} \in A$, $\{\mathrm{a}, \mathrm{b}\} \subset A$
- dokážte identity (charakterická podmienka vs. dve inklúzie vs. Vennove diagramy)
  1. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
  2. $(A \cap B)^{\mathrm{c}} = (A^{\mathrm{c}}) \cup (B^{\mathrm{c}})$
- potenčné množiny
  - Zostrojte potenčnú množinu $\mathcal{P}(\{\emptyset, \{\emptyset\}\})$.
  - Dokážte, že $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cap B)$.
- dokážte, že $A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$ sa pre $n \geq 2$ dá vyjadriť ako
  (b) $A_1 \cup (A_2 \setminus A_1) \cup (A_3 \setminus (A_1 \cup A_2)) \cup \cdots \cup (A_n \setminus (A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_{n-1}))$
  (a) $(A_1 - A_2) \cup \cdots \cup (A_{n-1} - A_n) \cup (A_n - A_1) \cup (A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n)$
- Fibonacciho čísla: $F_0 = 0$, $F_1 = 1$, $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ pre $n \geq 2$; rekurentná postupnosť je ako stvorená pre indukciu
  1. $F_0 + F_1 + \cdots + F_n =$ ? [uhádnuť $F_{n+2} - 1$, dokázať]
  2. $F_0^2 + F_1^2 + \cdots + F_n^2 =$ ? [uhádnuť $F_n F_{n+1}$, dokázať]
  3. $F_n^2 + F_{n+1}^2 = F_{2n+1}$ — v druhom kroku nám bude chýbať $F_{n+1}^2 + 2F_n F_{n+1} = F_{2n+2}$, dokážeme preto *dve tvrdenia v rámci jednej indukcie*
  4. $1 < F_{n+1}/F_n < 2$; dajú sa zlepšiť konštanty 1 a 2?
  5. čo z predošlého vyplýva pre asymptotický odhad $F_n$? napr. $F_n < (7/4)^n$
  6. $3 \mid F_{4n}$ [silnejšie tvrdenie o zvyškoch 4 po sebe idúcich Fib. čísel po delení 3]
- $F_n^2 = F_{n-1}F_{n+1} + (-1)^{n+1}$

**Cvicenie 6**

- dokážte
  1. Ak $A \subseteq B$, tak $B - A = B$ práve vtedy, keď $A = \emptyset$.
  2. Nasledujúce tri podmienky sú ekvivalentné: $A \subseteq B$, $A \cup B = B$, $A \dot{-} B = B - A$.
  3. Rovnica $X \dot{-} A = B$ má jediné riešenie $X = A \dot{-} B$.
- relácie
  - definícia relácie; reflexívnosť, symetria, tranzitívnosť
  - rozhodnite, či je relácia $R$ reflexívna, symetrická a tranzitívna:
    (a) $R = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}; (|a + b| - 24)(|a - b| - 24) = 0\}$
    (b) $R = \{(r, s) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}; (|r + s| = |3 + r - s|\}$
    (c) $R = \{(c, d) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}; (cd + 100)(cd - 60) = 0\}$
    (d) $R = \{(c, d) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}; c - d = 4\}$ (aj nakresliť graf)
    (e) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x - y \in Z\}$
  - nech $T$ je relácia na $M$; aké vlastnosti relácie popisuje podmienka $T = T^{-1}$?

  1. $R = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}; (|x + y||x - y| \leq 3\}$; určte reflexívnosť, symetrickosť, tranzitívnosť