

Definícia D^+ a D^*

1. Nech D je relácia na množine A . Ukážte, že D^* je najmenšia (vzhľadom na inklúziu) reflexívno-tranzitívna relácia na A obsahujúca D .

Zopakovať definíciu čiastočného usporiadania:

reflexívna \rightarrow pre úplne usporiadanie staci nahradiť $(x,y) \in R$ alebo $(y,x) \in R$
antisymetrická $(x,y) \in R$ a $(y,x) \notin R \rightarrow x=y$
tranzitívna relácia

S týmto sa bude na cviku pracovať.

Povedať im, že tieto definície zodpovedajú neostrej nerovnosti. V literatúre sa používajú aj definície zodpovedajúce ostrej nerovnosti:

ireflexívna, tranzitívna, (asymetrická čo vyplýva z predchádzajúcich dvoch vlastností)
+ trichotomickosť (úplnosť).

2. Ak D je usporiadanie množiny A , tak aj D^{-1} je usporiadanie množiny A .

Minimalný/Maximálny prvok – neexistuje menší/väčší

Najmenší/najväčší prvok – všetky iné sú väčšie/menšie

3. R je relácia na $N - \{0,1\}$ taká, že $(x,y) \in R \leftrightarrow$ existuje $k \in N - \{0,1\}$ $x=yk$. Dokážte, že R je usporiadanie. +čo sú minimálne prvky?

4. Nech M je množina a nech E je množina relácií ekvivalencie na M . Nech R je relácia na E taká, že $(X,Y) \in R \leftrightarrow$ pre všetky $x,y \in M$ $(x,y) \in X \rightarrow (x,y) \in Y$. Dokážte, že táto relácia je usporiadaním +čo sú minimálne prvky maximálne prvky najmenšie a najväčšie?

5. Lexikografické usporiadanie: Ak máme úplne usporiadanie R_i nad množinou M_i , pre všetky prirodzené čísla i $1 \leq i \leq n$, potom možno prirodzene definovať reláciu R nad $(M_1 \times M_2 \times \dots \times M_n)$ ktorá funguje ako usporiadovanie podľa abecedy. Definujte túto reláciu. Definujte ju bez použitia "...". Dokážte, že je to relácia úplného usporiadania na $M_1 \times M_2 \times \dots \times M_n$.