

2. domáca úloha

z predmetu Diskrétna matematika

Túto domácu úlohu treba odovzdať 30.10.2007 na začiatku prednášky. Na svoje riešenie viditeľne napíšte váš krúžok a cvičiaceho.

1 (3 body) Dirichletov princíp. Dokážte, že ak vyberieme ľubovoľných $n + 1$ čísel z množiny $\{1, 2, \dots, 2n\}$, tak medzi týmito číslami sú dve, ktorých súčet je $2n + 1$.

2 (4 body) Nech Δ je operácia nazývaná *symetrický rozdiel*, ktorá je pre dve množiny A a B definovaná nasledovne

$$A\Delta B = (A - B) \cup (B - A).$$

Rozhodnite, či je operácia symetrického rozdielu

- a) komutatívna;
- b) asociatívna.

Svoje tvrdenia zdôvodnite.

3 (3 body) Ukážte, že pre všetky $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$, platí

$$1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} \leq 2\sqrt{n}.$$