

### 3. domáca úloha z Teórie grafov

---

**Príklad 1** (3+4 body)

Dokážte nasledujúce tvrdia:

- (a) Pre každý súvislý netriviálny graf  $G = (V, E)$  existuje rozklad množiny  $V$  na dve podmnožiny  $V_1$  a  $V_2$  taký, že  $\chi(G[V_1]) + \chi(G[V_2]) = \chi(G)$ .
- (b) Pre každý nekompletný graf  $G = (V, E)$  existuje rozklad množiny  $V$  na dve podmnožiny  $V_1$  a  $V_2$  taký, že  $\chi(G[V_1]) + \chi(G[V_2]) > \chi(G)$ .

Symbol  $G[H]$ , kde  $G$  je graf a  $H \subseteq V(G)$  označuje podgraf grafu  $G$  indukovaný množinou  $H$ , teda množina vrcholov grafu  $G[H]$  je  $H$  a hrana je medzi dvomi vrcholmi práve vtedy, keď je hrana medzi zodpovedajúcimi vrcholmi v  $G$ .

---

**Príklad 2** (3 body)

Nайдите приклады таких безмостовых графов  $G$  и  $H$ , что  $H = G - e$  для некоторой ребра  $e$  графа  $G$  и  $2 < \Phi(G) < \Phi(H)$ .

---

Symbol  $\Phi(G)$  означает токовое число графа  $G$ , т.е. минимальное  $k$  такое, что  $G$  имеет нулевой  $k$ -ток.

---