

LPI/UDML – Final (písomná časť skúšky)

18. mája 2023

Meno: _____

 Na vyriešenie testu máte **120 minút**.

 Riešenia úloh môžu získať plné hodnotenie, iba ak je ich postup **zrozumiteľný a zdôvodnený**.

 Test vypracujte samostatne iba použitím dovolených pomôcok.

✓ Na úspešné absolvovanie testu je potrebné získať **aspoň 10 bodov**.

 Ak v úlohe alebo riešení nie je uvedené inak, predpokladáme, že množina individuových premenných $\mathcal{V}_{\mathcal{L}}$ každého použitého prvorádového jazyka $\mathcal{L}$ obsahuje všetky reťazce písmen nasledované číselnými indexmi, ktoré nie sú prvkami množín $\mathcal{C}_{\mathcal{L}}$, $\mathcal{F}_{\mathcal{L}}$ a $\mathcal{P}_{\mathcal{L}}$.

Úloha 1.

Hodnotenie: _____ / 5 b.

Sformalizujte nasledujúce tvrdenia v jazyku logiky prvého rádu $\mathcal{L}$, kde $\mathcal{C}_{\mathcal{L}} = \emptyset$, $\mathcal{P}_{\mathcal{L}} = \{\text{employee}^1, \text{programmer}^1, \text{computer}^1, \text{desktop}^1, \text{broken}^1, \text{component}^1, \text{popular}^1, \text{byNvidia}^1\}$ a $\mathcal{F}_{\mathcal{L}} = \{\text{computerOf}^1, \text{in}^1\}$.

Význam symbolov je nasledovný:

Predikátový symbol	Zamýšľaný význam	Funkčný symbol	Zamýšľaný význam
$\text{employee}(x)$	x je zamestnanec*kyňa	$\text{computerOf}(x)$	počítač pridelený x -u
$\text{programmer}(x)$	x je programátor*ka	$\text{in}(x)$	počítač, v ktorom sa x nachádza
$\text{computer}(x)$	x je počítač		
$\text{desktop}(x)$	x je desktopový počítač		
$\text{broken}(x)$	x je pokazený*á*é		
$\text{component}(x)$	x je počítačový komponent		
$\text{popular}(x)$	x je populárny*a		
$\text{byNvidia}(x)$	x vyrobila Nvidia		

 Pozor: computerOf^1 a in^1 sú funkčné, nie predikátové symboly.

1. Programátori*ky majú pridelené iba desktopové počítače.
2. Dvaja zamestnanci*kyne nemôžu mať pridelený ten istý počítač.
3. Počítač je pokazený práve vtedy, keď je pokazený aspoň jeden jeho komponent.
4. Počítač je populárny, ak má komponent od Nvidie.
5. Počítač nemôže byť komponentom v žiadnom počítači.
6. Máme programátora*ku, ktorého*ej počítač nie je populárny.

Hodnotenie: / 5 b.

$$\begin{aligned} A_1 &= \forall x \big((\exists y C(x, y) \vee \exists y C(y, x)) \rightarrow A(x) \big) \\ A_2 &= \neg \forall x \big(A(x) \vee \exists y C(x, y) \big) \\ A_3 &= \forall x \big(A(x) \rightarrow \exists y (C(x, y) \wedge B(f(y))) \big) \\ A_4 &= \forall x \forall y \big(C(x, y) \rightarrow (\forall z C(y, z) \rightarrow B(y)) \big). \end{aligned}$$

Q Zapište aj kľúčové medzivýsledky úprav (NNF, premenovanie premenných, skolemizáciu, PNF). Medzivýsledok nemusíte písať, ak sa podstatne nelíši od pôvodnej formuly alebo predchádzajúceho medzivýsledku.

Úloha 3.

Hodnotenie: _____ / 5 b.

Uvažujme klauzálnu teóriu v jazyku $\mathcal{L}$, kde $\mathcal{C}_{\mathcal{L}} = \{\text{Fero}\}$, $\mathcal{P}_{\mathcal{L}} = \{\text{múdry}^1, \text{pripravený}^1, \text{úspešný}^1, \text{učí_sa_s}^2\}$ a $\mathcal{F}_{\mathcal{L}} = \{\text{kamarát}^1, \text{test}^1\}$:

$$T = \{ \neg \text{múdry}(x) \vee \neg \text{učí_sa_s}(x, y) \vee \text{pripravený}(y), \\ \neg \text{pripravený}(x) \vee \text{úspešný}(\text{test}(x)), \\ \neg \text{učí_sa_s}(x, y) \vee \text{učí_sa_s}(y, x), \\ \neg \text{pripravený}(x) \vee \text{múdry}(x) \}$$

a formulu

$$X = \left(\left(\text{múdry}(\text{Fero}) \wedge \text{učí_sa_s}(\text{Fero}, \text{kamarát}(\text{Fero})) \right) \rightarrow \right. \\ \left. \left(\text{úspešný}(\text{test}(\text{Fero})) \wedge \text{úspešný}(\text{test}(\text{kamarát}(\text{Fero}))) \right) \right).$$

Dokážte pomocou rezolvenzie, že $T \models X$.



Aby ste pomocou rezolvenzie dokázali vyplývanie, formulu X musíte správnym spôsobom použiť a upraviť.



Symbody môžete skrátiť: $M := \text{múdry}$, $P := \text{pripravený}$, $U := \text{úspešný}$, $S := \text{učí_sa_s}$, $k := \text{kamarát}$, $t := \text{test}$, $F := \text{Fero}$.

Hodnotenie: _____ / 5 b.

$$T = \{ \forall x (P(x) \rightarrow Q(f(x))), \\ \forall y (Q(y) \rightarrow S(g(y))), \\ \forall z (S(z) \rightarrow \exists x (P(x) \wedge g(f(x)) \doteq z)) \}$$
$$X = \forall z \left(S(z) \rightarrow \exists y \left(Q(y) \wedge z \doteq g(y) \right) \right).$$