

Zadanie: Nájdite regulárny jazyk, ktorý patrí do triedy  $L(\text{DGTOL}) - L(\text{OL})$ .

Riešenie: Jazyk  $L = \{a, aaaa\}$

Dôkaz:

1.  $L$  je konečný  $\Rightarrow L$  je regulárny
2.  $L$  patrí do triedy  $L(\text{DGTOL})$ :

Nech  $D = (V, P, G, x)$ , kde:

$$V = \{a\}$$

$$x = a$$

$$P = \{p_1, p_2\}$$

$$p_1 = \{a \rightarrow aaaa\}$$

$$p_2 = \{a \rightarrow a\}$$

$$G = \{U, H, h, U_0\}$$

$$U = \{u_0, u_1\}$$

$$U_0 = \{u_0\}$$

$$H = \{(u_0, u_1), (u_1, u_1)\}$$

$$h(u_0) = p_1$$

$$h(u_1) = p_2$$

$U, U_0, H$  sú konečné a neprázdne,  $h:U \rightarrow P$  je surjektívne zobrazenie, z každého vrchola orient. grafu  $G$  vychádza práve jedna hrana a  $U_0$  obsahuje práve jeden vrchol, teda  $D$  je DGTOL systém. Navyše platí  $L(D) = L$  a teda je splnená 2.

3.  $L$  nepatrí do triedy  $L(\text{OL})$ :

Sporom, nech  $L$  patrí do danej triedy, potom existuje OL systém  $S = (V, P, x)$  taký, že  $L(S) = L$ . Platí:

$$V = \{a\}$$

Ak by  $x = aaaa$ , tak by sme museli vymazávať písmenka pomocou  $\varepsilon$ , ktorý by patril do  $L$ , čo je spor.

Teda  $x = a$ . Potom platí buď  $P = \{a \rightarrow aa\}$ , alebo  $P = \{a \rightarrow aaaa\}$ .

V oboch prípadoch nám  $S$  vygeneruje slová, ktoré nepatria do  $L$  ( $a^{2^n}$  pre  $n = 1, n > 2$ , resp.  $a^{4^n}$  pre  $n > 1$ ), čo je spor.