Úvod do databázových systémov

http://www.dcs.fmph.uniba.sk/~plachetk

/TEACHING/DB1

Tomáš Plachetka

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky,
Univerzita Komenského, Bratislava

Zima 2021–2022

Grupovanie a agregácia

Príklad:

vypil(Idn, Alkohol, Mnozstvo) hovorí, koľko ktorého alkoholu sa vypilo počas návštevy Idn v niektorej krčme

navstivil(Idn, Pijan, Krcma) hovorí o návšteve s identifikátorom Idn, ktorého pijana a krčmy sa týka

Dotaz na dvojice **[K, Pocet], ktoré hovoria, koľko rôznych druhov alkoholu sa vypilo v krčme K**

Dotaz na trojice **[K, A, Suma], ktoré hovoria, aké celkové množstvo alkoholu A sa vypilo v krčme K**

Dotaz na dvojice **[K, A], ktoré hovoria, ktoré alkoholy A sa vypili v krčme K v celkovom množstve aspoň 5**

Grupovanie a agregácia: SQL

vypil(Idn, Alkohol, Mnozstvo), **navstivil(Idn, Pijan, Krcma)**

[K, Pocet]: počet rôznych druhov alkoholu vypitých v krčme K

```
SELECT n.Krcma, COUNT(DISTINCT v.Alkohol) as Pocet
FROM navstivil n, vypil v
WHERE n.Idn = v.Idn
GROUP BY n.Krcma
```

V krčme slovak sa vypili 2 rôzne druhy alkoholu, nie 3 (preto ten DISTINCT)

navstivil ⋈ vypil				
Idn	**Alkohol**	**Mnozstvo**	**Pijan**	**Krcma**
1	**pivo**	6	laco	slovak
1	**rum**	1	laco	slovak
2	**rum**	1	laco	slovak

Grupovanie a agregácia: SQL

vypil(Idn, Alkohol, Mnozstvo), **navstivil(Idn, Pijan, Krcma)**

[K, A, Suma]: celkové množstvo alkoholu A vypité v krčme K

```
SELECT n.Krcma, v.Alkohol, SUM(v.Mnozstvo) AS Suma
FROM navstivil n, vypil v
WHERE n.Idn = v.Idn
GROUP BY n.Krcma, v.Alkohol
```

Výsledkom je {[slovak, pivo, 6], [slovak, rum, 2]}

navstivil ⋈ vypil				
Idn	**Alkohol**	**Mnozstvo**	**Pijan**	**Krcma**
1	pivo	**6**	laco	slovak
1	rum	**1**	laco	slovak
2	rum	**1**	laco	slovak

Grupovanie a agregácia: SQL

vypil(Idn, Alkohol, Mnozstvo), navstivil(Idn, Pijan, Krcma)

[K, A]: alkohol A sa v krčme K vypil v celkovom množstve aspoň 5

```
SELECT n.Krcma, v.Alkohol
FROM navstivil n, vypil v
WHERE n.Idn = v.Idn
GROUP BY n.Krcma, v.Alkohol
HAVING SUM(v.Mnozstvo) >= 5
```

navstivil ⋈ vypil				
Idn	**Alkohol**	**Mnozstvo**	**Pijan**	**Krcma**
1	pivo	**6**	laco	slovak
1	rum	**1**	laco	slovak
2	rum	**1**	laco	slovak

Grupovanie a agregácia: relačná algebra

vypil(Idn, Alkohol, Mnozstvo), **navstivil(Idn, Pijan, Krcma)**

[K, Pocet]: počet rôznych druhov alkoholu vypitých v krčme K

$\Gamma_{\text{Krcma, Pocet = COUNT(}\textbf{DISTINCT}\text{ Alkohol)}}$ (navstivil ⋈ vypil)

Alebo, ekvivalentne (všimnite si použitie projekcie π a odstránenia duplikátov δ):

$\Gamma_{\text{Krcma, Pocet = COUNT(Alkohol)}}$ (δ $\pi_{\textbf{Krcma, Alkohol}}$ (navstivil ⋈ vypil))

navstivil ⋈ vypil				
Idn	**Alkohol**	**Mnozstvo**	**Pijan**	**Krcma**
1	**pivo**	6	laco	slovak
1	**rum**	1	laco	slovak
2	**rum**	1	laco	slovak

Grupovanie a agregácia: relačná algebra

vypil(Idn, Alkohol, Mnozstvo), **navstivil(Idn, Pijan, Krcma)**

[K, A, Suma]: celkové množstvo alkoholu A vypité v krčme K

$\Gamma_{\text{Krcma, Alkohol}, \text{Suma} = \text{SUM(Mnozstvo)}}$ (navstivil ⋈ vypil)

Aj toto bude fungovať (keďže v relačnej algebre sa duplikáty neodstraňujú automaticky):

$\Gamma_{\text{Krcma, Alkohol}, \text{Suma} = \text{SUM(Mnozstvo)}}$ $\pi_{\text{Krcma, Alkohol, Mnozstvo}}$ (navstivil ⋈ vypil)

navstivil ⋈ vypil				
Idn	**Alkohol**	**Mnozstvo**	**Pijan**	**Krcma**
1	pivo	**6**	laco	slovak
1	rum	**1**	laco	slovak
2	rum	**1**	laco	slovak

Grupovanie a agregácia: relačná algebra

vypil(Idn, Alkohol, Mnozstvo), **navstivil(Idn, Pijan, Krcma)**

[K, A]: alkohol A sa v krčme K vypil v celkovom množstve aspoň 5

$$\pi_{\text{Krcma, Alkohol}} (\sigma_{\text{Suma >= 5}} (\Gamma_{\text{Krcma, Alkohol, Suma = SUM(Mnozstvo)}} (\text{navstivil} \bowtie \text{vypil})))$$

Výsledkom je {[slovak, pivo]}

navstivil ⋈ vypil				
Idn	**Alkohol**	**Mnozstvo**	**Pijan**	**Krcma**
1	pivo	**6**	laco	slovak
1	rum	**1**	laco	slovak
2	rum	**1**	laco	slovak

Grupovanie a agregácia: relačný kalkul

Grupovanie a agregácia sa chápe ako rozšírenie všeobecného kvantifikátora. Agregačný operátor ♥ viaže (t.j. eliminuje) premenné, ktoré sú vymenované za ♥; a viaže tiež premenné, ktoré sú agregované niektorou agregačnou funkciou. **Ostatné premenné sa použijú na grupovanie.** Výsledkom je predikát s grupovacími premennými a novými premennými, ktoré vznikli agregáciou

(Niektorí autori preferujú symbol ⊎, lenže ten nie je dostupný vo fontoch všetkých súčasných počítačových systémov.)

Relačný kalkul pracuje s **množinami** (bez duplikátov), takže prirodzene nepotrebuje DISTINCT

Grupovanie a agregácia: relačný kalkul

Nech p je predikátová formula s voľnými premennými
G = {G_1, …, G_p}, **A** = {A_1, …, A_q}, **B** = {B_1, …, B_r},
ktorá zodpovedá relácii P s atribútmi **G** ∪ **A** ∪ **B**. Množiny **G**, **A**, **B** sú po dvojiciach disjunktné. Nech
$AGG_i \in$ {SUM, COUNT, AVG, MIN, MAX}, i = 1, ..., q.
Potom

♥ **B_1, …, B_r, A_1' = $AGG_1(A_1)$, A_q' = $AGG_1(A_q)$ (p)**

je predikátová formula s voľnými premennými
G_1, ..., G_p, A_1', …, A_q', ktorá zodpovedá relácii

$\Gamma_{G_1, ..., G_p, A_1' = AGG_1(A_1), ..., A_q' = AGG_q(A_q)}$ **(δ (p))**

Grupovacie premenné sa v relačnom kalkule píšu „naopak“!

Grupovanie a agregácia: relačný kalkul

vypil(Idn, Alkohol, Mnozstvo), **navstivil(Idn, Pijan, Krcma)**

[K, Pocet]: počet rôznych druhov alkoholu vypitých v krčme K

{[K, Pocet]:

♥ Pocet = count(A)

(∃I ∃P ∃M navstivil(I, P, K) ∧ vypil(I, A, M))

}

navstivil ⋈ vypil				
Idn	**Alkohol**	**Mnozstvo**	**Pijan**	**Krcma**
1	**pivo**	6	laco	slovak
1	**rum**	1	laco	slovak
2	**rum**	1	laco	slovak

Grupovanie a agregácia: relačný kalkul

vypil(Idn, Alkohol, Mnozstvo), **navstivil(Idn, Pijan, Krcma)**

[K, A, Suma]: celkové množstvo alkoholu A vypité v krčme K

{[K, A, Suma]:

♥ I, Suma = sum(M)

(∃P navstivil(I, P, K) ∧ vypil(I, A, M))

}

Premennú I je nutné odprojektovať až počas agregácie, nie skôr! (Prečo?)

navstivil ⋈ vypil				
Idn	**Alkohol**	**Mnozstvo**	**Pijan**	**Krcma**
1	pivo	**6**	laco	slovak
1	rum	**1**	laco	slovak
2	rum	**1**	laco	slovak

Grupovanie a agregácia: relačný kalkul

vypil(Idn, Alkohol, Mnozstvo), **navstivil(Idn, Pijan, Krcma)**

[K, A]: alkohol A sa v krčme K vypil v celkovom množstve aspoň 5

{[K, A]:

∃**Suma**

♥ I, Suma = sum(M)

(∃P navstivil(I, P, K) ∧ vypil(I, A, M))

∧ **Suma >= 5**

}

navstivil ⋈ vypil				
Idn	**Alkohol**	**Mnozstvo**	**Pijan**	**Krcma**
1	pivo	**6**	laco	slovak
1	rum	**1**	laco	slovak
2	rum	**1**	laco	slovak

Grupovanie a agregácia: Datalog

Špeciálny predikát subtotal, ktorého **prvým argumentom je n-árny predikát p** s navzájom disjunktnými množinami argumentov G_1, ..., G_p, A_1, ..., A_q, B_1, ..., B_r. Premenné B_1, ..., B_r mimo subtotalu neexistujú

Druhým argumentom subtotal je zoznam [G_1, ..., G_p].

Tretím argumentom subtotal je zoznam

[A1' = $agg_1(A_1)$, ..., A_q' = $agg_q(A_q)$], kde agg_i je niektorá z agregačných funkcií.

Výsledkom je predikát, ktorý zodpovedá formuli

♥ **B_1, ..., B_r, A_1' = $AGG_1(A_1)$, A_q' = $AGG_1(A_q)$ p(...)**

Relačný kalkul pracuje s **množinami** (bez duplikátov), takže prirodzene nepotrebuje DISTINCT

Grupovanie a agregácia: Datalog

vypil(Idn, Alkohol, Mnozstvo), **navstivil(Idn, Pijan, Krcma)**

[K, Pocet]: počet rôznych druhov alkoholu vypitých v krčme K

vypite_alkoholy(K, A) ← navstivil(I, _, K), vypil(I, A, _).

answer(K, Pocet) ←

subtotal(vypite_alkoholy(K, A), [K], [Pocet = count(A)]).

navstivil ⋈ vypil				
Idn	**Alkohol**	**Mnozstvo**	**Pijan**	**Krcma**
1	**pivo**	6	laco	slovak
1	**rum**	1	laco	slovak
2	**rum**	1	laco	slovak

Grupovanie a agregácia: Datalog

vypil(Idn, Alkohol, Mnozstvo), **navstivil(Idn, Pijan, Krcma)**

[K, A, Suma]: celkové množstvo alkoholu A vypité v krčme K

ucet(I, K, A, M) ← navstivil(I, _, K), vypil(I, A, M).

answer(K, A, Suma) ←

subtotal(ucet(_, K, A, M), [K, A], [Suma = sum(M)]).

Premennú I je nutné odprojektovať až počas agregácie, nie skôr!

navstivil ⋈ vypil				
Idn	**Alkohol**	**Mnozstvo**	**Pijan**	**Krcma**
1	pivo	**6**	laco	slovak
1	rum	**1**	laco	slovak
2	rum	**1**	laco	slovak

Grupovanie a agregácia: Datalog

vypil(Idn, Alkohol, Mnozstvo), **navstivil(Idn, Pijan, Krcma)**

[K, A]: alkohol A sa v krčme K vypil v celkovom množstve aspoň 5

ucet(I, K, A, M) ← navstivil(I, _, K), vypil(I, A, M).

answer(K, A) ←

subtotal(ucet(_, K, A, M), [K, A], [Suma = sum(M)]),

Suma >= 5.

navstivil ⋈ vypil				
Idn	**Alkohol**	**Mnozstvo**	**Pijan**	**Krcma**
1	pivo	**6**	laco	slovak
1	rum	**1**	laco	slovak
2	rum	**1**	laco	slovak

Rekapitulácia dotazovacích jazykov

Dotazy sa dajú vyjadriť v 4 jazykoch, ktoré majú pre bezpečné dotazy rovnakú vyjadrovaciu silu (až na spracovanie duplikátov a podobne), t.j. je možné napísať kompilátor z ľubovoľného jazyka do ľubovoľného

- **Relačný kalkul**: bezpečné predikátové formuly
- **Datalog**: bezpečné predikátové formuly v "kanonickej" forme
- „Kanonický" **SQL**:

  SELECT... FROM... WHERE (+NOT EXISTS)...

  GROUP BY... HAVING (+NOT EXISTS)...

  UNION...
- **Relačná algebra**: výpočty nad reláciami, s operátormi zjednotenia, rozdielu, joinu, (kartézskeho súčinu), selekcie, projekcie, premenovania a agregácie

Takmer... Zatiaľ **nevieme vyjadriť rekurziu v relačnej algebre, t.j. nevieme počítať rekurzívne dotazy**

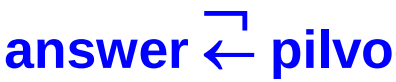
Datalog→relačná algebra

Uvažujme nasledujúci Datalogový (bezpečný) program nad databázou
navstivil(Idn, Pijan, Krcma), vypil(Idn, Alkohol, Mnozstvo)

answer(P, K) ← navstivil(I, P, K), vypil(I, rum, _), not pilvodku(P).
answer(P, K) ← navstivil(I, P, K), vypil(I, pivo, _), not pilvodku(P).
pilvodku(P) ← navstivil(I, P, _), vypil(I, vodka, _).

Predikát answer(P, K) je splnený pre dvojice [P, K] také, že pijan P pri niektorej návšteve krčmy K vypil rum alebo pivo, a zároveň P nikdy (pri žiadnej návšteve ktorejkoľvek krčmy) nevypil vodku.

Graf závislostí IDB predikátov (predikátov definovaných v programe):



Datalog→relačná algebra

lubi(Pijan, Alkohol), capuje(Krcma, Alkohol, Cena), navstivil(Idn, Pijan, Krcma), vypil(Idn, Alkohol, Mnozstvo).

answer(P, K) ← navstivil(I, P, K), vypil(I, rum, _), not pilvodku(P).

answer(P, K) ← navstivil(I, P, K), vypil(I, pivo, _), not pilvodku(P).

pilvodku(P) ← navstivil(I, P, _), vypil(I, vodka, _).

$$\textbf{answer} \overset{\neg}{\leftarrow} \textbf{pilvodku}$$

Preklad začína s pilvodku, lebo pilvodku nezávisí od iných IDB predikátov, t.j. v grafe závislostí predikátov do vrcholu pilvodku nevedie žiadna hrana. Všetky pozitívne relačné podciele sa spoja joinom, väzby argumentov sa vyjadria v podmienke joinu. Napokon sa výsledok projekciou prispôsobí hlave pravidla:

pilvodku := $\pi_{\text{n.Pijan}} (\rho_{\text{n}}(\text{navstivil}) \bowtie_{\text{n.Idn=v.Idn} \wedge \text{v.Alkohol='vodka'}} \rho_{\text{v}}(\text{vypil}))$

Datalog→relačná algebra

lubi(Pijan, Alkohol), capuje(Krcma, Alkohol, Cena), navstivil(Idn, Pijan, Krcma), vypil(Idn, Alkohol, Mnozstvo).

answer(P, K) ← navstivil(I, P, K), vypil(I, rum, _), not pilvodku(P).

answer(P, K) ← navstivil(I, P, K), vypil(I, pivo, _), not pilvodku(P).

pilvodku(P) ← navstivil(I, P, _), vypil(I, vodka, _).

Predikát answer je definovaný viacerými pravidlami. Po unifikácii hláv pravidiel (ak hlavy nie sú rovnaké, vieme ich urobiť rovnaké premenovaním premenných) sa každé pravidlo preloží zvlášť a výsledky sa zjednotia do relácie answer:

answer := (*preklad 1. pravidla*) ∪ (*preklad 2. pravidla*)

Datalog→relačná algebra

lubi(Pijan, Alkohol), capuje(Krcma, Alkohol, Cena), navstivil(Idn, Pijan, Krcma), vypil(Idn, Alkohol, Mnozstvo).

answer(P, K) ← navstivil(I, P, K), vypil(I, rum, _), not pilvodku(P).

answer(P, K) ← navstivil(I, P, K), vypil(I, pivo, _), not pilvodku(P).

pilvodku(P) ← navstivil(I, P, _), vypil(I, vodka, _).

Pozitívna časť 1. pravidla sa preloží ako join, negácia ako množinový rozdiel. Aby sa rozdiel dal urobiť, treba z toho joinu projekciou nechať len atribút Pijan:

$\pi_{n.Pijan}\,(\rho_n(navstivil) \bowtie_{n.Idn=v.Idn \wedge v.Alkohol='rum'} \rho_v(vypil)) - pilvodku$

Lenže vo výsledku chceme dvojice [Pijan, Krcma], a atribút Krcma sme tou projekciou stratili. Vieme ho však dostať späť opätovným (prirodzeným) prijoinovaním pozitívnej časti pravidla:

$\pi_{n.Pijan,\ n.Krcma}$ (

$(\pi_{n.Pijan}\,(\rho_n(navstivil) \bowtie_{n.Idn=v.Idn \wedge v.Alkohol='rum'} \rho_v(vypil)) - pilvodku) \bowtie$

$(\rho_n(navstivil) \bowtie_{n.Idn=v.Idn \wedge v.Alkohol='rum'} \rho_v(vypil))))$

Datalog→relačná algebra

lubi(Pijan, Alkohol), capuje(Krcma, Alkohol, Cena), navstivil(Idn, Pijan, Krcma), vypil(Idn, Alkohol, Mnozstvo).

answer(P, K) ← navstivil(I, P, K), vypil(I, rum, _), not pilvodku(P).

answer(P, K) ← navstivil(I, P, K), vypil(I, pivo, _), not pilvodku(P).

pilvodku(P) ← navstivil(I, P, _), vypil(I, vodka, _).

Plán výpočtu programu v relačnej algebre (počíta správny výsledok, hoci možno nie efektívne):

pilvodku := $\pi_{n.Pijan}(\rho_n(navstivil) \bowtie_{n.Idn=v.Idn \wedge v.Alkohol='vodka'} \rho_v(vypil))$

answer := $\pi_{n.Pijan, n.Krcma}$ (

($\pi_{n.Pijan}(\rho_n(navstivil) \bowtie_{n.Idn=v.Idn \wedge v.Alkohol='rum'} \rho_v(vypil)) - pilvodku) \bowtie$

($\rho_n(navstivil) \bowtie_{n.Idn=v.Idn \wedge v.Alkohol='rum'} \rho_v(vypil)))$

$\cup$ $\pi_{n.Pijan, n.Krcma}$ (

($\pi_{n.Pijan}(\rho_n(navstivil) \bowtie_{n.Idn=v.Idn \wedge v.Alkohol='pivo'} \rho_v(vypil)) - pilvodku) \bowtie$

$\rho_n(navstivil)))$

Datalog→relačná algebra: antijoin

lubi(Pijan, Alkohol), capuje(Krcma, Alkohol, Cena), navstivil(Idn, Pijan, Krcma), vypil(Idn, Alkohol, Mnozstvo).

answer(P, K) ← navstivil(I, P, K), vypil(I, rum, _), not pilvodku(P).

answer(P, K) ← navstivil(I, P, K), vypil(I, pivo, _), not pilvodku(P).

pilvodku(P) ← navstivil(I, P, _), vypil(I, vodka, _).

Trik s prijoinovaním atribútov "stratených" pri výpočte rozdielu relácií je častý. Operátor rozdielu množín (−) sa dá nahradiť všeobecnejším operátorom ▷, ktorému sa hovorí **antijoin** (vo výsledku antijoinu sú všetky záznamy z ľavej relácie, ktoré sa nejoinujú so žiadnym záznamom pravej relácie):

pilvodku := $\pi_{n.Pijan}(\rho_n(\text{navstivil}) \bowtie_{n.Idn=v.Idn \wedge v.Alkohol='vodka'} \rho_v(\text{vypil}))$

answer := $\pi_{n.Pijan,\ n.Krcma}$ (

$(\rho_n(\text{navstivil}) \bowtie_{n.Idn=v.Idn \wedge v.Alkohol='rum'} \rho_v(\text{vypil})) \triangleright \text{pilvodku}))$

$\cup\ \pi_{n.Pijan,\ n.Krcma}$ (

$(\rho_n(\text{navstivil}) \bowtie_{n.Idn=v.Idn \wedge v.Alkohol='pivo'} \rho_v(\text{vypil})) \triangleright \text{pilvodku}))$

Datalog→relačná algebra: resume

Ak je graf závislostí predikátov acyklický, tak vieme nájsť také usporiadanie, že každý predikát závisí len od EDB a od predošlých predikátov. V tomto poradí sa budú počítať relácie prislúchajúce tým predikátom v relačnej algebre

- Ak je viacej pravidiel, ktoré definujú jeden predikát, vypočítaj každé zvlášť a výsledky spoj zjednotením $\cup$
- Pozitívnu časť tela pravidla prelož ako join $\bowtie$, negatívnu ako antijoin $\triangleright$. Výsledok prispôsob hlave pravidla vhodnou projekciou

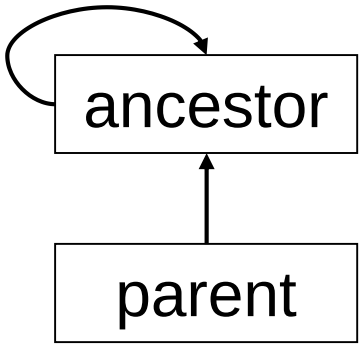
„Malichernosti“ s premenovaním relácií, konštantami, väzbami medzi atribútmi atď. sa vyriešia podobne ako pri preklade Datalog → SQL

Rekurzia: Datalog

Príklad (predkovia):

ancestor(X, A) :- parent(X, A).

ancestor(X, A) :- parent(X, P), ancestor(P, A).



Rekurzívne programy obsahujú cyklus v grafe závislostí predikátov (hrana z uzla p do uzla q, ak existuje pravidlo s hlavou q, ktorého telo obsahuje p)

Komplikovanejšia rekurzia (vyjadruje to isté čo predošlý program):

ancestor(X, A) :- parent(X, A).

ancestor(X, A) :- ancestor(X, Y), ancestor(Y, A).

Rekurzia: relačná algebra

Operátor **fixpoint** (tranzitívny uzáver): φ

- φ(<postupnosť priradení>) iteruje priradenia (každé raz), kým sa relácie v tej postupnosti priradení menia (t.j. iterácia pokračuje ak sa zmení obsah aspoň 1 relácie)

Príklad:

ancestor := parent(X, A)

ancestor := ancestor $\cup$ $\pi_{X, A}$(ancestor $\bowtie$ parent)

ancestor := ancestor $\cup$ $\pi_{X, A}$(ancestor $\bowtie$ parent)

...

sa zapíše ako

ancestor := parent

φ(ancestor := ancestor $\cup$ $\pi_{X, A}$(ancestor $\bowtie$ parent))

Alebo, ekvivalentne (takýto preklad pravidiel funguje všeobecne)

ancestor := {}

φ(ancestor := parent $\cup$ $\pi_{X, A}$(ancestor $\bowtie$ parent))

Rekurzia: relačný kalkul

V relačnom kalkule netreba zavádzať špeciálny operátor na vyjadrenie rekurzie. Rekurzia sa vyjadrí prirodzeným spôsobom

Príklad (predkovia Johna):

ancestor(X, A) :- parent(X, A).

ancestor(X, A) :- parent(X, P), ancestor(P, A).

answer(A) :- ancestor(john, A).

$\{A: ancestor(john, A) \wedge$

$(\forall X \forall A\ (parent(X, A) \Rightarrow ancestor(X, A))) \wedge$

$(\forall X \forall A \forall P\ ((parent(X, A) \wedge ancestor(P, A)) \Rightarrow ancestor(X, A))))\}$

Rekurzia: SQL

V SQL-99 bola pridaná rekurzia: rekurzívne VIEW, resp. rekurzívne WITH.

Bohužiaľ, niektoré systémy neimplementujú WITH RECURSIVE.

Spoliehajú na cykly resp. rekurziu v externých jazykoch mimo SQL (napr. PHP).

Existujúce systémy, ktoré WITH RECURSIVE implementujú (Oracle, Firebird, DB2), neimplementujú plnú sémantiku (implementujú len rekurziu cez 1 reláciu). Do PostgreSQL bol WITH RECURSIVE dodaný v 2011.

Príklad:

```
WITH RECURSIVE ancestor AS (
  SELECT p.X FROM parent p
  UNION
  SELECT p.X FROM parent p, ancestor a WHERE p.Y=a.X
)
SELECT a.X FROM ancestor a
```

Výpočet bezpečných Datalogových dotazov

Každému (IDB) predikátu p_i v programe priraď reláciu P_i

Algoritmus výpočtu výsledku dotazu (naivná evaluácia):

1. Pre všetky p_i polož $P_i := \emptyset$
2. do
   {
   aplikuj výpočet pravidiel každého predikátu p_i práve raz, **v ľubovoľnom poradí** (t.j. pre každý predikát vypočítaj zjednotenie joinov/antijoinov s použitím aktuálneho obsahu relácií v tele pravidiel), výsledok priraď relácii P_i
   } while (niektorá relácia P_i sa zmenila)
3. Aplikuj výslednú selekciu a projekciu danú dotazom

V kroku 2 sa počíta "výsledok celého programu" a **až v kroku 3 sa tento výsledok uložený v reláciách P_i zredukuje na výsledok daného dotazu** (ktorý sa týka len jednej z týchto relácií). Toto môže byť neefektívne, ale funguje korektne pre ľubovoľný program

Výpočet bezpečných Datalogových dotazov

Problém: krok 2 v naivnej evaluácii nemusí vždy skončiť

Príklad:

man(barber). man(mayor).

shaves(barber, X) ← man(X), not shaves(X, X).

Počítajme naivnou evaluáciou (relácia man je EDB, tá sa nemení). Predikátu shaves(., .) priradíme reláciu Shaves(X, Y). Iterujeme pravidlo pre Shaves (jediné)

Shaves := Man $\triangleright_{\text{Man.X = Shaves.X} \wedge \text{Man.X = Shaves.Y}}$ **Shaves**

Shaves := ∅

Shaves := {[barber, barber], [barber, mayor]}

Shaves := {[barber, mayor]}

Shaves := {[barber, barber], [barber, mayor]}

Shaves := {[barber, mayor]}

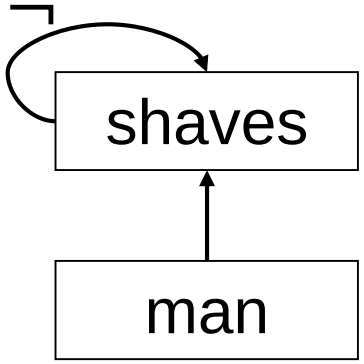
…

Výpočet bezpečných Datalogových dotazov

Problém: krok 2 v naivnej evaluácii nemusí vždy skončiť

?- shaves(barber, mayor) neskončí, ak sa počíta naivnou evaluáciou

Graf závislostí predikátov:



Pre istú podtriedu dotazov je garantované, že výpočet naivnou evaluáciou skončí

Výpočet pevného bodu: Tarskeho veta

Tarskeho veta o pevnom bode pre úplné zväzy: ak *f* je neklesajúce zobrazenie nad úplným zväzom (t.j. $x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$), tak potom *f* má aspoň jeden pevný bod p, pre ktorý platí f(p) = p

Z Tarskeho vety o pevnom bode vyplýva, že **iteratívny výpočet konverguje k pevnému bodu pre "obvyklé" (aj rekurzívne) dotazy**, keďže kartézsky súčin, join, zjednotenie, projekcia a premenovanie sú „neklesajúce" operácie a extenzionálne relácie sú konečné. **K „neklesajúcim" operáciám patrí aj *stratifikovaná negácia***

Problém je s nestratifikovanou negáciou (ba aj s bežnou aritmetikou)

Stratifikovaná negácia

Definícia: program je **stratifikovaný**, keď existuje priradenie S(.), ktoré každému predikátu priradí celé číslo, tzv. stratum (vrstva) tak, že platí:

- Ak p je definovaný pomocou q, tak $S(p) \geq S(q)$
- Ak p je definovaný pomocou $\neg q$, tak $S(p) > S(q)$

Platí: ak je program stratifikovaný a obsahuje n predikátov, tak tým predikátom možno priradiť strata od 1 po n

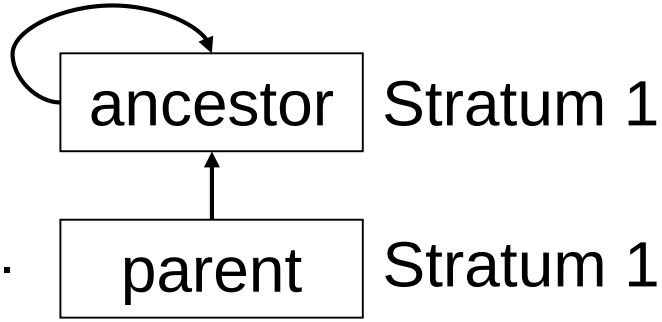
Algoritmus stratifikácie:

1. Všetkým predikátom priraď stratum 1
2. Ak niektoré pravidlo porušuje podmienku stratifikácie, tak zvýš stratum predikátu v hlave toho pravidla na najmenšie celé číslo, ktoré tú podmienku spĺňa
3. Ak je niektoré stratum väčšie ako počet predikátov, tak program sa nedá stratifikovať

Stratifikovaná negácia

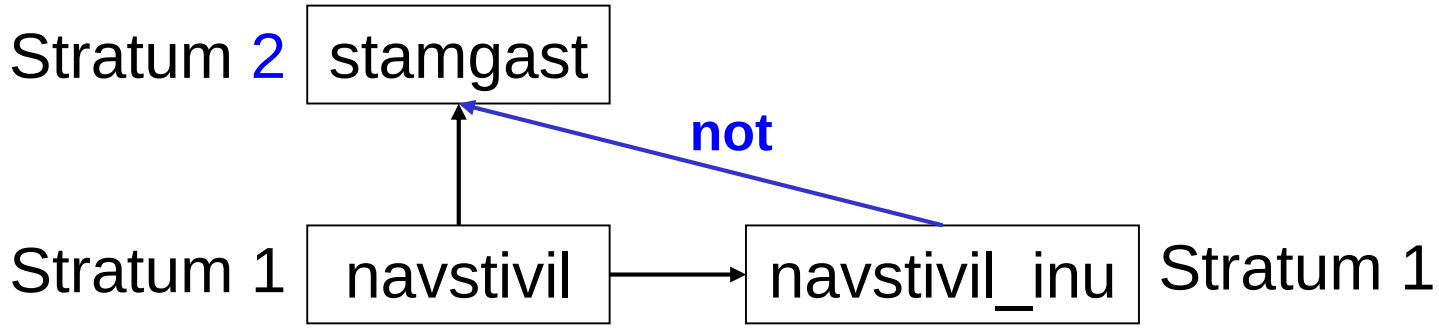
Príklady:

ancestor(X, A) :- parent(X, A).
ancestor(X, A) :- parent(X, P), ancestor(P, A).



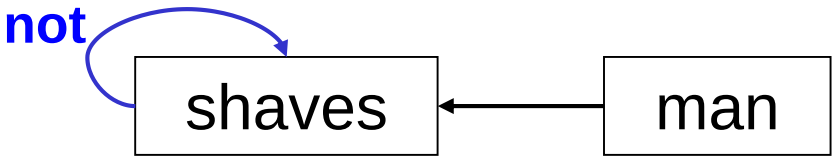
---

stamgast(P) :- navstivil(_, P, K), **not** navstivil_inu(P, K).
navstivil_inu(P, K) :- navstivil(_, P, K), navstivil(_, P, K2), K ≠ K2.



---

shaves(barber, X) ← man(X), **not** shaves(X, X).



Nedá sa stratifikovať

Výpočet stratifikovaných Datalogových dotazov

Každému (IDB) predikátu s_i v programe priraď reláciu S_i

Metóda výpočtu výsledku dotazu (naivná evaluácia):
Začni s prázdnymi reláciami S_i
Vypočítaj relácie S_i priradené predikátom v stratum 1
Vypočítaj relácie S_i priradené predikátom v stratum 2
Vypočítaj relácie S_i priradené predikátom v stratum 3
...

Poradie výpočtu S_i v rámci jedného strata:

- Pri výpočte každého strata preferuj najskôr predikáty, ktoré nezávisia od iných IDB predikátov. Relácie pre tieto predikáty stačí vypočítať len raz
- V prípade rekurzívnej definície iteruj výpočet (súčasne) cez všetky predikáty v cykle grafu závislostí, až kým sa prislúchajúce relácie S_i prestanú meniť. Tieto relácie sa potom už nikdy nebudú meniť

Výpočet pevného bodu: príklad (vrstovníci)

Relácia p(Child, Parent)

Napr. p={[**C**laudia, **A**dam], [**D**ieter, **A**dam], [**D**ieter, **B**ritta], [**E**rik, **B**ritta], [**F**ridda, **C**laudia], [**G**isela, **C**laudia], [**H**einz, **D**ieter], [**I**ngo, **D**ieter], [**I**ngo, **E**rik], [**F**ridda, **E**rik], [**J**ürgen, **F**ridda], [**J**ürgen, **H**einz], [**K**laus, **G**isela], [**K**laus, **I**ngo]}

Dvojice ľudí X a Y, ktorí sú v rovnakej generácii (**s**ame **g**eneration): buď X a Y majú spolu dieťa, alebo ich rodičia sú v rovnakej generácii:

sg(X, Y) :- p(C, X), p(C, Y).
sg(X, Y) :- p(X, PX), p(Y, PY), sg(PX, PY).

Treba nájsť všetky dvojice X a Y, pre ktoré platí sg(X,Y)

Výpočet pevného bodu: iterácia (naivná evaluácia)

sg(X, Y) :- p(C, X), p(C, Y).
sg(X, Y) :- p(X, PX), p(Y, PY), sg(PX, PY).

Relačná algebra, fixpoint operátor (premenovania sú vynechané):
sg(X, Y) := {};
φ (sg(X, Y) := δ ($\pi_{X,Y}$(p(C, X) $\bowtie$ p(C, Y)) $\cup$
$\pi_{X,Y}$(p(X, PX) $\bowtie$ sg(PX, PY) $\bowtie$ p(Y, PY))));

Relačná algebra, naivná evaluácia:
sg(X, Y) := {};
do /* Tento cyklus reprezentuje operátor φ */
{
old_sg(X, Y) := sg(X, Y);
sg(X, Y) := δ ($\pi_{X,Y}$(p(C, X) $\bowtie$ p(C, Y)) $\cup$
$\pi_{X,Y}$(p(X, PX) $\bowtie$ sg(PX, PY) $\bowtie$ p(Y, PY)));
}
while old_sg(X, Y) <> sg(X, Y);

Výpočet pevného bodu: iterácia (naivná evaluácia)

```
sg(X, Y) :- p(C, X), p(C, Y).
sg(X, Y) :- p(X, PX), p(Y, PY), sg(PX, PY).
```

SQL:

```
WITH RECURSIVE sg AS (
SELECT p1.Parent AS X, p2.Parent AS Y
FROM p p1, p p2
WHERE p1.Child = p2.Child
UNION
SELECT p1.Child AS X, P2.Child AS Y
FROM p p1, p p2, sg s
WHERE p1.Parent = s.X AND p2.Parent = s.Y)

SELECT DISTINCT s.X, s.Y
FROM sg s
```

Výpočet pevného bodu: iterácia (naivná evaluácia)

sg(X, Y) :- p(C, X), p(C, Y).
sg(X, Y) :- p(X, PX), p(Y, PY), sg(PX, PY).

SQL, naivná evaluácia s použitím cyklu mimo SQL:

```
sg := {};
do /* Tento cyklus reprezentuje operátor φ */
{
        old_sg := sg;
        sg :=
        (SELECT p1.Parent AS X, p2.Parent AS Y
        FROM p p1, p p2
        WHERE p1.Child = p2.Child
        UNION
        SELECT p1.Child AS X, P2.Child AS Y
        FROM p p1, p p2, sg s
        WHERE p1.Parent = s.X AND p2.Parent = s.Y);
}
while (old_sg <> sg);
```

Výpočet pevného bodu: iterácia (naivná evaluácia)

sg(X, Y) :- p(C, X), p(C, Y).
sg(X, Y) :- p(X, PX), p(Y, PY), sg(PX, PY).

p = {[**C**laudia, **A**dam], [**D**ieter, **A**dam], [**D**ieter, **B**ritta], [**E**rik, **B**ritta], [**F**ridda, **C**laudia], [**G**isela, **C**laudia], [**H**einz, **D**ieter], [**I**ngo, **D**ieter], [**I**ngo, **E**rik], [**F**ridda, **E**rik], [**J**ürgen, **F**ridda], [**J**ürgen, **H**einz], [**K**laus, **G**isela], [**K**laus, **I**ngo]}

i	**|sg|**	**sg(X, Y)**
1	19	AA, AB, BA, BB, CC, CE, DD, DE, EC, ED, EE, FF, FH, GG, GI, HF, HH, IG, II
2	29	AA, AB, BA, BB, CC, CE, DD, DE, EC, ED, EE, FF, FH, GG, GI, HF, HH, IG, II, CD, DC, FG, FI, GF, HI, IF, IH, JJ, KK
3	33	AA, AB, BA, BB, CC, CE, DD, DE, EC, ED, EE, FF, FH, GG, GI, HF, HH, IG, II, CD, DC, FG, FI, GF, HI, IF, IH, JJ, KK, GH, HG, JK, KJ
4	33	AA, AB, BA, BB, CC, CE, DD, DE, EC, ED, EE, FF, FH, GG, GI, HF, HH, IG, II, CD, DC, FG, FI, GF, GH, HG, HI, IF, IH, JJ, JK, KJ, KK

Výpočet pevného bodu: iterácia (seminaivná evaluácia)

Optimalizácia: nepočítať opakovane všetky dvojice v každom kroku. Stačí počítať (a pridávať) **len nové dvojice**

Naivná evaluácia: 19+29+33+33=**114 vypočítaných dvojíc**

Seminaivná evaluácia: 19+10+4+0=**33 vypočítaných dvojíc**

i	**|sg|**	**sg(X, Y)**	**|Δsg|**	**Δsg(X, Y)**
1	19	AA, AB, BA, BB, CC, CE, DD, DE, EC, ED, EE, FF, FH, GG, GI, HF, HH, IG, II	19	AA, AB, BA, BB, CC, CE, DD, DE, EC, ED, EE, FF, FH, GG, GI, HF, HH, IG, II
2	29	AA, AB, BA, BB, CC, CE, DD, DE, EC, ED, EE, FF, FH, GG, GI, HF, HH, IG, II, CD, DC, FG, FI, GF, HI, IF, IH, JJ, KK	10	CD, DC, FG, FI, GF, HI, IF, IH, JJ, KK
3	33	AA, AB, BA, BB, CC, CE, DD, DE, EC, ED, EE, FF, FH, GG, GI, HF, HH, IG, II, CD, DC, FG, FI, GF, HI, IF, IH, JJ, KK, GH, HG, JK, KJ	4	GH, HG, JK, KJ
4	33	AA, AB, BA, BB, CC, CE, DD, DE, EC, ED, EE, FF, FH, GG, GI, HF, HH, IG, II, CD, DC, FG, FI, GF, HI, IF, IH, JJ, KK, GH, HG, JK, KJ	0	

Výpočet pevného bodu: iterácia (seminaivná evaluácia)

sg(X, Y) :- p(C, X), p(C, Y).
sg(X, Y) :- p(X, PX), p(Y, PY), sg(PX, PY).

Relačná algebra, seminaivná evaluácia (diferenčná schéma):

$sg(X, Y) := \emptyset;$
$\Delta sg(X, Y) := \emptyset;$
do /* Tento cyklus reprezentuje operátor φ */
{
$\Delta sg(X, Y) := (\pi_{X,Y}(p(C, X) \bowtie p(C, Y)) \cup$
$\pi_{X,Y}(p(X, PX) \bowtie p(Y, PY) \bowtie \Delta sg(PX, PY)))$
$- sg(X, Y);$
$sg(X, Y) := sg(X, Y) \cup \Delta sg(X, Y);$
}
while $(\Delta sg(X, Y) <> \emptyset)$;

Výpočet pevného bodu: iterácia (seminaivná evaluácia)

sg(X, Y) :- p(C, X), p(C, Y).
sg(X, Y) :- p(X, PX), p(Y, PY), sg(PX, PY).

Seminaivná evaluácia, optimalizovaná verzia (prvé pravidlo prispeje do Δsg iba raz):

sg(X, Y) := $\emptyset$;
Δsg(X, Y) := $\pi_{X,Y}$(p(C, X) $\bowtie$ p(C, Y));
do /* Tento cyklus reprezentuje operátor Φ */
{
    Δsg(X, Y) := ($\pi_{X,Y}$(p(X, PX) $\bowtie$ p(Y, PY) $\bowtie$ Δsg(PX, PY)))
        – sg(X, Y);
    sg(X, Y) := sg(X, Y) $\cup$ Δsg(X, Y);
}
while (Δsg(X, Y) <> $\emptyset$);

Výpočet pevného bodu: iterácia (seminaivná evaluácia)

Embedded SQL, seminaivná evaluácia (s iteráciou mimo SQL):

```
sg := ∅;
Δsg := ∅;
do /* Tento cyklus reprezentuje operátor φ */
        Δsg :=
        SELECT newsg.X, newsg.Y
        FROM
                (SELECT p1.Parent AS X, p2.Parent AS Y
                FROM p p1, p p2 J
                WHERE p1.Child = p2.Child
                UNION
                SELECT p1.Child AS X, P2.Child AS Y
                FROM p p1, p p2, sg s
                WHERE p1.Parent = s.X AND p2.Parent = s.Y) newsg
        WHERE [s.X, s.Y] NOT IN
                (SELECT oldsg.X, oldsg.Y FROM sg oldsg);
        sg(X, Y) := sg(X, Y) ∪ Δsg(X, Y);
while (Δsg(X, Y) <> ∅);
```

Ešte príklad: emp(Id, Name, Mgr), Datalog

Nájdite všetkých nadriadených zamestnanca BLAKE (priamych aj nepriamych).

Datalog:
answer(N) ← emp(Id, N, _), super_blake(Id).
super_blake(Id) ← emp(_, blake, Id).
super_blake(Id) ← emp(Sid, _, Id), super_blake(Sid).

Lenže obyčajne sa snažíme programovať všeobecné predikáty (super_blake je príliš jednoúčelový). Nasledujúca verzia je všeobecnejšia:
super(Id, Sid) ← emp(Id, _, Sid).
super(Id, Sid) ← emp(Id, _, Sid2), super(Sid2, Sid).
answer(N) ← emp(Sid, Sname, _), emp(Id, blake, _), super(Id, Sid).

Pred výpočtom dotazu „? answer(N)“ dobrý kompilátor/optimalizátor **automaticky** transformuje tento všeobecný program na program, ktorý je veľmi podobný tomu prvému programu

Ešte príklad: emp(Id, Name, Mgr), relačná algebra

Nájdite všetkých nadriadených zamestnanca BLAKE (priamych aj nepriamych).

super(Id, Sid) ← emp(Id, _, Sid).
super(Id, Sid) ← emp(Id, _, Sid2), super(Sid2, Sid).
answer(Sname) ← emp(Sid, Sname, _), emp(Id, blake, _), super(Id, Sid).

Relačná algebra:

φ (super := $\pi_{Id,\ Mgr}$ emp $\cup$ $\pi_{emp.Id,\ super.Mgr}$ emp $\square_{emp.Mgr\ =\ super.Id}$ super)
answer := $\sigma_{Name='blake'}$ (ρ_{e2} (emp)) $\bowtie_{e2.Id\ =\ s.Id}$ ρ_{s} (super) $\bowtie_{e1.Id\ =\ s.Mgr}$ ρ_{e1} (emp)

Ešte príklad: emp(Id, Name, Mgr), relačný kalkul

Nájdite všetkých nadriadených zamestnanca BLAKE (priamych aj nepriamych).

super(Id, Sid) $\leftarrow$ emp(Id, _, Sid).
super(Id, Sid) $\leftarrow$ emp(Id, _, Sid2), super(Sid2, Sid).
answer(Sname) $\leftarrow$ emp(Sid, Sname, _), emp(Id, blake, _), super(Id, Sid).

Relačný kalkul:
{Sname:
$(\exists Sid \exists X1 \exists X2 \exists Id\ emp(Sid, Sname, X1) \wedge emp(Id, blake, X2) \wedge super(Id, Sid)) \wedge$
$(\forall Id \forall Sid \forall N\ (emp(Id, N, Sid) \Rightarrow super(Id, Sid))) \wedge$
$(\forall Id \forall Sid \forall Sid2 \forall N\ ((emp(Id, N, Sid2) \wedge super(Sid2, Sid)) \Rightarrow super(Id, Sid))))\}$

Ešte príklad: emp(Id, Name, Mgr), WITH RECURSIVE

Nájdite všetkých nadriadených zamestnanca BLAKE (priamych aj nepriamych).

super(Id, Sid) ← emp(Id, _, Sid).
super(Id, Sid) ← emp(Id, _, Sid2), super(Sid2, Sid).
answer(Sname) ← emp(Sid, Sname, _), emp(Id, blake, _), super(Id, Sid).

SQL s WITH RECURSIVE:

```
with recursive super as
(select e.Id, e.Mgr
from emp e)
union
(select e.Id, s.Mgr
from emp e, super s
where e.Mgr = s.Id),

select e1.Name
from emp e1, emp e2, super s
where e1.Id = s.Mgr and e2.Id = s.Id and e2.Name = ‘blake’
```

Ešte príklad: emp(Id, Name, Mgr), SQL bez WITH

Nájdite všetkých nadriadených zamestnanca BLAKE (priamych aj nepriamych).

super(Id, Sid) ← emp(Id, _, Sid).
super(Id, Sid) ← emp(Id, _, Sid2), super(Sid2, Sid).
answer(Sname) ← emp(Sid, Sname, _), emp(Id, blake, _), super(Id, Sid).

SQL bez WITH:

```
create temporary table super0 as
select e.Id, e.Mgr
from emp e;

create temporary table super1 as
((select e.Id, e.Mgr
from super0)
union
(select e.Id, s.Mgr
from emp e, super0 s
where e.Mgr = s.Id));
```

Ešte príklad: emp(Id, Name, Mgr), SQL bez WITH, pokr.

Nájdite všetkých nadriadených zamestnanca BLAKE (priamych aj nepriamych).

super(Id, Sid) ← emp(Id, _, Sid).
super(Id, Sid) ← emp(Id, _, Sid2), super(Sid2, Sid).
answer(Sname) ← emp(Sid, Sname, _), emp(Id, blake, _), super(Id, Sid).

SQL bez WITH, pokračovanie:

...

```
create temporary table super10 as
((select e.Id, e.Mgr
from super9)
union
(select e.Id, s.Mgr
from emp e, super9 s
where e.Mgr = s.Id));
```

Ešte príklad: emp(Id, Name, Mgr), SQL bez WITH, pokr.

Nájdite všetkých nadriadených zamestnanca BLAKE (priamych aj nepriamych).

super(Id, Sid) ← emp(Id, _, Sid).
super(Id, Sid) ← emp(Id, _, Sid2), super(Sid2, Sid).
answer(Sname) ← emp(Sid, Sname, _), emp(Id, blake, _), super(Id, Sid).

SQL bez WITH, finálny SELECT (pri hĺbke rekurzie 10):

```
select e1.Name
from emp e1, emp e2, super10 s
where e1.Id = s.Mgr and e2.Name = 'blake' and e2.Id = s.Id;
```

Pre **ľubovoľnú fixnú** hĺbku rekurzie je možné rekurziu simulovať aj bez použitia WITH RECURSIVE. Avšak ak hĺbka rekurzie nie je dopredu známa, tak takáto (ani žiadna iná) simulácia sa urobiť nedá

Vyskúšajte na databáze emp (stačí hĺbka rekurzie 3, netreba 10)

Ešte príklad: emp(Id, Name, Mgr), SQL bez WITH, ∆-opt

Nájdite všetkých nadriadených zamestnanca BLAKE (priamych aj nepriamych).

super(Id, Sid) ← emp(Id, _, Sid).
super(Id, Sid) ← emp(Id, _, Sid2), super(Sid2, Sid).
answer(Sname) ← emp(Sid, Sname, _), emp(Id, blake, _), super(Id, Sid).

SQL bez WITH, seminaivná evaluácia (efektívnejšia ako predošlá naivná):

```
create temporary table super1 as
((select e.Id, e.Mgr
from super0)
union
(select e.Id, s.Mgr
from emp e, super0 s
where e.Mgr = s.Id and not exists (
  select *
  from super0 s0
  where s0.Id = e.Id and s0.Mgr = s.Mgr)));
```

… podobne pre super2 až super10