

Cvičenie 8A: Relácie a operácie s nimi

→ **Úloha 1.** Majme reláciu M z množiny $\{a, b, c, d\}$ do množiny $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ a reláciu N na množine $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, ktoré máme zadané nasledovne:

$$M = \{(a, 2), (a, 5), (b, 1), (c, 2), (c, 3), (c, 5)\},$$

$$N = \{(1, 1), (1, 3), (1, 2), (2, 4), (3, 4), (4, 4), (4, 5)\}.$$

Vypíšte relácie M^{-1} , N^{-1} , MN , NM , M^+ , N^+ , M^* , N^* (ak existujú).

Úloha 2. Na množine L všetkých ľudí, ktorá má rozklad $\{M, Z\}$ na mužov a ženy, definujeme relácie:

- D : $aDb \Leftrightarrow a$ je dieťaťom b ,
- S : $aSb \Leftrightarrow a$ je zosobášený(-ná) s b .

Pomocou relácií D , S , operácií na reláciách a množinových operácií definujte relácie:

- | | | |
|--------------------------------|-----------------------------|------------------|
| a) je rodičom, \leftarrow | e) je bratom, | i) je predkom, |
| b) je matkou, \leftarrow | f) je svokrou, \leftarrow | j) je príbuzným. |
| c) je dedkom, \leftarrow | g) je ujom, | |
| d) je súrodencom, \leftarrow | h) je sesternicou, | |

→ **Úloha 3.** Nech D a E sú relácie medzi prvkami množín A a B . Dokážte, že $(D \cap E)^{-1} = D^{-1} \cap E^{-1}$.

→ **Úloha 4.** Nech D je relácia medzi prvkami množín A a B a nech E je relácia medzi prvkami množín B a C . Dokážte, že potom $(DE)^{-1} = E^{-1}D^{-1}$.

Úloha 5. Nech R , R_1 , R_2 sú binárne relácie z A do B a S , S_1 , S_2 binárne relácie z B do C . Rozhodnite, či vo všeobecnosti platia nasledovné tvrdenia:

- $R(S_1 \cap S_2) = RS_1 \cap RS_2$
- $(R_1 \cap R_2)S = R_1S \cap R_2S$
- $R(S_1 \cup S_2) = RS_1 \cup RS_2$
- $(R_1 \cup R_2)S = R_1S \cup R_2S$
- ak $S_1 \subseteq S_2$, tak potom $RS_1 \subseteq RS_2$
- ak $R_1 \subseteq R_2$, tak potom $R_1S \subseteq R_2S$
- $R(S_1 - S_2) = RS_1 - RS_2$
- $(R_1 - R_2)S = R_1S - R_2S$

V prípade, že v niektorom prípade neplatí rovnosť, platí aspoň jedna inklúzia? Platia v c) a d) obrátené implikácie? (Riešenie úlohy si môžete pozrieť v skriptách Olejár, Škoviera na strane 70 (77 v pdf), Veta 4.3).

Úloha 6. Uvažujme relácie $|$ ($a | b$ znamená, že a delí b) a $<$ (menší ako) definované na kladných celých číslach. Nájdite zložené relácie $<|$ a $|<$.

Úloha 7. (*) Uvažujme relácie $|$ a $<$ na celých číslach. Vyjadrite relácie $|<$ a $<|$.