

# Cvičenie 5A: Enumerácie I

## Úlohy na cvičenie

**Úloha 1.** Automobilka vyrába vozidlá istej značky v štyroch modeloch, dvanástich farbách, troch veľkostiach motora a dvoch rôznych typov prevodovky.

- a) Koľko rôznych áut sa dá vyrobiť?
- b) Ak v jednom z modelov, pri dvoch veľkostiach motora používali podvodný softvér, v koľkých vozidlách modrej, striebornej a bielej farby sa musí vykonať kontrola?
- **Úloha 2.** V istom štáte štátnu poznávaciu značku tvoria 3 písmená a 4 číslice (v tomto poradí). Koľko poznávacích značiek má štát k dispozícii?
- Úloha 3.** Aký je počet všetkých štvorciferných čísel deliteľných číslom 4, ktoré obsahujú len cifry 1, 2, 3, 4, 5?
- **Úloha 4.** Koľko písmen má Morseova abeceda, ktorá používa symboly bodku a čiarku v jedno- až štvormiestnych skupinách, pričom každý symbol sa môže opakovať?
- **Úloha 5.** Koľko existuje dvojciferných čísel zložených z cifier 1, 3, 5, 7, 9, ktoré obsahujú rôzne cifry?
- **Úloha 6.** O telefónnom čísle priateľa vieme, že je 6-miestne, neopakujú sa v ňom žiadne cifry, začína cifrou 7 a je deliteľné číslom 25. Koľko telefónnych čísel pripadá do úvahy?
- **Úloha 7.** S pripomienkami k zákonu chce v parlamente vystúpiť 6 poslancov A, B, C, D, E, F.
- a) Koľko je možných poradí vystúpení?
- b) Koľko je poradí, v ktorých vystupuje A ihneď po E?
- c) Koľko je poradí, v ktorých vystupuje A po E?
- Úloha 8.** Výbor matematického klubu tvorí 6 mužov a 4 ženy.
- a) Koľkými spôsobmi možno vybrať predsedu, podpredsedu, tajomníka a pokladníka? (Každú z týchto funkcií musí zastávať iný človek.)
- b) Koľkými spôsobmi možno vybrať predsedu, podpredsedu, tajomníka a pokladníka tak, aby predsedom bola žena a podpredsedom muž?
- c) Koľkými spôsobmi možno vybrať predsedu, podpredsedu, tajomníka a pokladníka tak, aby práve jeden z nich bola žena?
- **Úloha 9.** Koľko existuje slov zložených z 5 písmen anglickej abecedy (nie nutne zmysluplných), ktoré obsahujú aspoň jedno písmeno *a*?

## Ľahké úlohy na precvičenie

*Úlohy z tejto sekcie sú ľahké. Po prerátaní cvík by vám nemali robiť problémy. No ak potrebujete si preriešiť ďalšie ľahké úlohy, tu ich máte dosť.*

**Úloha 10.** Najnovší model lopaty vyrábajú v šiestich výkonnostných a v troch energetických kategóriách, pričom ku každej z výkonnostných kategórií je k dispozícii každá z energetických kategórií. Koľko variantov je na trhu celkovo?

**Úloha 11.** Medveď sa ráno zdržuje pri salaši  $S_1$ , na obed pri salaši  $S_2$  a večer pri salaši  $S_3$ . Na salaši  $S_1$  majú tridsať oviec, na salaši  $S_2$  sto oviec a na salaši  $S_3$  päťdesiat oviec (všetky ovce sú rozlíšiteľné). Medveď si chce dať na raňajky, obed aj večeru práve jednu ovcu. Koľko rôznych jedálničkov má k dispozícii?

**Úloha 12.** Nájdite počet všetkých štvorciferných čísel.

**Úloha 13.** Nájdite počet všetkých čísel, ktoré majú aspoň tri cifry a najviac päť cifier.

**Úloha 14.** Nájdite počet všetkých čísel, ktoré majú aspoň tri cifry, najviac päť cifier a rovnaké posledné dve cifry.

**Úloha 15.** Koľko existuje všetkých postupností dĺžky 5 zložených z písmen  $\{a, b, c, d\}$ , ktoré začínajú písmenom  $a$  alebo  $b$ ?

**Úloha 16.** Koľko existuje všetkých postupností dĺžky 5 zložených z písmen  $\{a, b, c, d\}$ , ktoré sa buď začínajú na  $a$ , alebo sa súčasne nezačínajú na  $a$  a končia na  $c$ ?

**Úloha 17.** Koľko existuje všetkých postupností dĺžky 5 zložených z písmen  $\{a, b, c, d\}$ , ktoré obsahujú dva po sebe idúce výskyty písmena  $b$  a žiaden ďalší výskyt písmena  $b$ ?

**Úloha 18.** Nech  $X = \{1, \dots, 100\}$ . Koľko je všetkých 20-prvkových postupností prvkov z množiny  $X$ ?

**Úloha 19.** Nech  $X = \{1, \dots, 100\}$ . Koľko je všetkých 20-prvkových postupností prvkov z množiny  $X$ , ktoré začínajú párnym číslom?

**Úloha 20.** Nech  $X = \{1, \dots, 100\}$ . Koľko je všetkých 20-prvkových postupností prvkov z množiny  $X$ , ktoré začínajú nepárnym číslom?

**Úloha 21.** Nech  $X = \{1, \dots, 100\}$ . Koľko je všetkých 20-prvkových postupností prvkov z množiny  $X$ , ktoré majú všetky prvky rôzne?

**Úloha 22.** Nech  $X = \{1, \dots, 100\}$ . Koľko je všetkých 20-prvkových postupností prvkov z množiny  $X$ , ktoré majú všetky prvky rôzne a súčasne začínajú párnym číslom?

**Úloha 23.** Nech  $X = \{1, \dots, 100\}$ . Koľko je všetkých aspoň 97-prvkových postupností prvkov z množiny  $X$ , ktoré majú všetky prvky rôzne?

**Úloha 24.** Nájdite počet kladných deliteľov čísla  $3^5 \cdot 5^4 \cdot 7^2 \cdot 11^8$ .

**Úloha 25.** Nájdite počet kladných deliteľov čísla  $3^4 \cdot 4^5 \cdot 6^2 \cdot 7^6$ .

**Úloha 26.** Nech  $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$ . Nájdite počet všetkých  $n$ -ciferných čísel deliteľných číslom 5.

## Výsledky úloh

1. a)  $4 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 2$ , b)  $2 \cdot 3$

2.  $26^3 \cdot 10^4$

3. 60

4.  $2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 30$

5.  $5 \cdot 4 = 20$

6.  $2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 420$

7. a)  $6!$ , b)  $5!$ , c)  $6!/2$

8. a)  $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$ , b)  $6 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 7$ , c)  $4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$

9.  $26^5 - 25^5$

10.  $6 \cdot 3 = 18$
11.  $30 \cdot 100 \cdot 50 = 150\,000$
12.  $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9000$
13.  $9 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^4 = 99\,900$
14.  $9\,990$
15.  $2 \cdot 4^4 = 512$
16.  $4^4 + 3 \cdot 4^3 = 448$
17.  $3^3 + 3^3 + 3^3 + 3^3 = 108$
18.  $100^{20}$
19.  $50 \cdot 100^{19}$
20.  $50 \cdot 100^{19}$
21.  $100^{\underline{20}}$
22.  $50 \cdot 99^{\underline{19}}$
23.  $100^{\underline{97}} + 100^{\underline{98}} + 100^{\underline{99}} + 100^{\underline{100}}$
24.  $6 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 9 = 810$
25.  $13 \cdot 7 \cdot 7$  делителей ( $3^4 \cdot 4^5 \cdot 6^2 \cdot 7^6 = 2^{12} \cdot 3^6 \cdot 7^6$ )
26.  $9 \cdot 10^{n-2} \cdot 2$  ( $n \geq 2$ )