

1. sada domácich úloh

Termín odovzdania: **utorok 21. 10. 2025, 23:59**

Úloha 1. (1 bod) Nech $p(x)$ označuje výrokovú formu hovoriacu: „Celé číslo x je prvočíslo“. Uvažujme výrok: „Každé celé číslo väčšie ako 3 možno vyjadriť ako súčet dvoch prvočísel.“

a) Zapište tento výrok syntaxou výrokovej logiky (dovolené symboly sú $\forall, \exists, \in, \mathbb{Z}, :, \geq, >, \leq, <, =, +, -, \cdot, /, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$, výroková forma p , zátvorky, premenné, kvantifikovať možno len cez množinu $\mathbb{Z}$).

b) Určte pravdivostnú hodnotu tohto výroku. Vaše tvrdenie dokažte.

Úloha 2. (1 bod) Nájdite taký príklad množiny M a výrokových foriem $a(x)$ a $b(x)$, aby po ich dosadení do výroku

$$(\forall x \in M: (a(x) \Rightarrow b(x))) \vee (\exists x \in M: a(x) \wedge \forall x \in M: \neg b(x)).$$

sme dostali a) pravdivý, b) nepravdivý výrok. Správnosť vašich volieb dokažte.

Úloha 3. (1,5 boda) Dokážte, že pre každé kladné celé číslo n platí rovnosť

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \frac{4}{16} + \cdots + \frac{n-1}{2^{n-1}} + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}.$$

Úloha 4. (1,5 boda) Rozhodnite a následne dokažte, či nasledovný zložený výrok je tautológia

$$(a \vee \neg b) \Rightarrow [((c \vee a) \wedge d) \vee (b \Rightarrow (e \Rightarrow \neg d))]$$