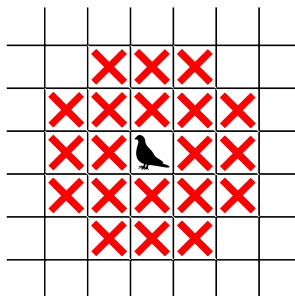


2. sada domácich úloh

Termín odovzdania: **utorok 4. 11. 2025, 23:59**

Úloha 1. (1,5 boda + 1 bod bonus) Figúrka *holub* ohrozuje políčka ako je znázornené na obrázku. Koľko najviac holubov možno umiestniť na šachovnicu rozmerov a) 6×6 , b) 8×8 tak, aby sa žiadne dva neohrozovali? Vaše tvrdenie dokážte.

Pre získanie 1,5 boda stačí úplne vyriešiť časť a) a v časti b) korektne obmedziť možný výsledok na dve hodnoty.



Úloha 2. (1,5 boda) Zistite, či pre ľubovoľné množiny A, B, C, D platí

- a) $(A \times B) - (C \times D) \subseteq (A - C) \times (B - D)$,
- b) $(A \times B) - (C \times D) \supseteq (A - C) \times (B - D)$.

Vaše tvrdenia zdôvodnite iba na základe definícií, teda bez odvolávania sa na známe tvrdenia o množinách alebo karteziánskom súčine.

Úloha 3. (2 body)

- a) (0,5 b) Koľko je všetkých 3-ciferných čísel s ciferným súčtom 21, ktoré majú všetky cifry rôzne?
- b) (0,5 b) Koľkými spôsobmi možno vyplniť tabuľku 3×3 číslami 0 a 1 tak, aby v každom štvorci 2×2 bol rovnaký počet jednotiek ako núl?
- c) (1 b) Koľkými spôsobmi možno vyplniť tabuľku 3×7 (riadky $\times$ stĺpce) číslami 0, 1, 2 tak, aby každý riadok obsahoval práve 4-krát číslo 0?

Správnosť vašich riešení zdôvodnite (stačí neformálne). K podúlohám a), b) **vypíšte všetky možnosti**. Aj v týchto podúlohách treba riešenie odôvodniť – musíte vysvetliť, prečo ste každú možnosť vypísali práve raz.

Bonus 1. (1 bod) Pre každú z podúloh a), c) v úlohe 3 napíšte program (v ľubovoľnom bežnom programovacom jazyku), ktorý vypíše všetky možnosti. Správnosť vášho programu odôvodnite. (Takýmto odôvodnením môže byť aj to, čo ste napísali do úlohy 3, pokiaľ ste napísali program podľa toho.)

Bonus 2. (1 bod) Formálne dokážte výsledky podúloh a), c) z úlohy 3 (teda pre odôvodnenie počtu riešení využívajte kombinatorické pravidlá vyjadrené v množinách ako je to v skriptách prof. Škovieru).