

## Písomka z Úvodu do diskretných štruktúr, 10. 11. 2022

**Úloha 1.** (2 body) Nájdite negáciu nasledovného výroku (stačí výsledok):

$$(\forall a \in \mathbb{Z})[(\exists b \in \mathbb{Z})(a \mid b) \Rightarrow ((\forall c \in \mathbb{Z})(c > a \Rightarrow c \neq 5) \wedge (\exists d \in \mathbb{N})(d < a))].$$

*Poznámka.* Každý kvantifikátor sa viaže práve na jednu zátvorku hneď za ním.

**Úloha 2.** (4 body) Zistite (a následne dokážte), či nasledovný zložený výrok je tautológia:

$$(A \Rightarrow B) \vee [((C \vee \neg D \vee \neg E) \wedge (\neg B \Rightarrow D)) \Rightarrow (C \vee (A \wedge \neg E))].$$

**Úloha 3.** (4,5 boda) Dokážte, že pre každé celé číslo  $n \geq 0$  platí  $3 \cdot 2^n > 5n - 4$ .

**Úloha 4.** (4,5 boda) O relácii

$$R = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}; (\exists k \in \mathbb{Z})(a = 6kb)\}$$

zistite (a následne dokážte), či je reflexívna, ireflexívna, symetrická a tranzitívna. Vaše tvrdenia dokážte.

**Úloha 5.** (5 bodov) Dokážte, že pre každú množinu  $A$  a každé relácie  $R, S, T$  a  $U$  definované na množine  $A$  platí

$$RS - TU \subseteq R(S - U) \cup (R - T)S.$$

Pri dôkaze vychádzajte z definícií operácií s množinami a reláciami. Neodvolávajú sa na tvrdenia o množinách a reláciách.

### Pravidlá a pokyny

- Riešenia úloh musia byť dostatočne formálne a všeobecné. Všetko potrebné musí byť v nich dokázané.
- Pokiaľ nie je napísané inak, môžete sa bez dôkazu odvolávať na tvrdenia, ktoré boli na prednáškach alebo sú v tých častiach skript, ktoré boli pokryté na prednáškach. Tiež aj na elementárne tvrdenia ako uzavretosť číselných množín na základné operácie. Nemôžete sa odvolávať na to, čo sme brali iba na cvičeniach. V prípade využitia iných tvrdení ich treba dokázať.

## Písomka z Úvodu do diskretných štruktúr, 10. 11. 2022

**Úloha 1.** (2 body) Nájdite negáciu nasledovného výroku:

$$(\forall a \in \mathbb{Z})[(\exists b \in \mathbb{Z})(a \mid b) \Rightarrow ((\forall c \in \mathbb{Z})(c > a \Rightarrow c \neq 5) \wedge (\exists d \in \mathbb{N})(d < a))].$$

*Poznámka.* Každý kvantifikátor sa viaže práve na jednu zátvorku hneď za ním.

**Úloha 2.** (4 body) Zistite (a následne dokážte), či nasledovný zložený výrok je tautológia:

$$(A \Rightarrow B) \vee [((C \vee \neg D \vee \neg E) \wedge (\neg B \Rightarrow D)) \Rightarrow (C \vee (A \wedge \neg E))].$$

**Úloha 3.** (4,5 boda) Dokážte, že pre každé celé číslo  $n \geq 0$  platí  $3 \cdot 2^n > 5n - 4$ .

**Úloha 4.** (4,5 boda) O relácii

$$R = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}; (\exists k \in \mathbb{Z})(a = 6kb)\}$$

zistite (a následne dokážte), či je reflexívna, ireflexívna, symetrická a tranzitívna. Vaše tvrdenia dokážte.

**Úloha 5.** (5 bodov) Dokážte, že pre každú množinu  $A$  a každé relácie  $R, S, T$  a  $U$  definované na množine  $A$  platí

$$RS - TU \subseteq R(S - U) \cup (R - T)S.$$

Pri dôkaze vychádzajte z definícií operácií s množinami a reláciami. Neodvolávajú sa na tvrdenia o množinách a reláciách.

### Pravidlá a pokyny

- Riešenia úloh musia byť dostatočne formálne a všeobecné. Všetko potrebné musí byť v nich dokázané.
- Pokiaľ nie je napísané inak, môžete sa bez dôkazu odvolávať na tvrdenia, ktoré boli na prednáškach alebo sú v tých častiach skript, ktoré boli pokryté na prednáškach. Tiež aj na elementárne tvrdenia ako uzavretosť číselných množín na základné operácie. Nemôžete sa odvolávať na to, čo sme brali iba na cvičeniach. V prípade využitia iných tvrdení ich treba dokázať.