

Cvičenie 11: zobrazenia

Úloha 1. Nájdite bijekciu medzi množinami:

- a) \mathbb{N} a $\mathbb{N} - \{0\}$
- b) \mathbb{N} a \mathbb{Z}
- c) množina všetkých konečných postupností núl a jednotiek a \mathbb{N}
- d) množina všetkých slov (teda konečných postupností) pozostávajúcich z malých písmen anglickej abecedy a \mathbb{N}
- e) polkružnica bez krajných bodov a priamka
- f) štvorec a kruh
- g) $(0, 1)$ a $\langle 0, 1 \rangle$
- h) polkružica s krajnými bodmi a priamka

Úloha 2. Nájdite injektívne zobrazenie z množiny $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ do \mathbb{N} . Viete nájsť aj bijekciu?

Úloha 3. Kedy je zobrazenie na nejakej množine M symetrická relácia?

Úloha 4. Nech f je injektívne zobrazenie z množiny A do množiny B . Nájdite injektívne zobrazenie z $\mathcal{P}(A)$ do $\mathcal{P}(B)$.

Úloha 5. Uvažujme zobrazenie $f: (2, 7) \rightarrow \mathbb{R}$ dané predpisom

$$f(x) = 3 + \frac{5}{x-2}.$$

Je zobrazenie injektívne? Je surjektívne? Nájdite takú množinu B , aby zobrazenie $g: (2, 7) \rightarrow B$ bolo surjektívne.

Úloha 6. Nech $M = \{1, 2, 3, 4\}$. Pre nasledovné relácie určte, ako vyzerá ich prvá projekcia a zistite, či sú zobrazením $M \rightarrow M$:

- a) $a = \{(1, 2), (1, 3), (2, 1), (3, 3), (4, 2)\}$
- b) $b = \{(1, 2), (3, 3), (4, 2)\}$
- c) $c = \{(1, 2), (2, 1), (3, 3), (4, 2)\}$

Úloha 7. Zistite, či nasledovné zobrazenia sú injekcie, surjekcie a bijekcie:

- a) $f: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f((a, b)) = a^2 + b$
- b) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \times \mathbb{N}, f(n) = (2n + 3, n^2 + 7)$
- c) $f: \mathcal{P}(\mathbb{N}) \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{N}):, f(A) = A \cup \{47\}$