

12.a) Dokážte: $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 \mid x^{2n} - nx^{n+1} + nx^{n-1} - 1$. (1/2 boda)

b) Dané je prvočíslo p . Dokážte, že $g(x) = (x+1)^{p-1} + (x+1)^{p-2} + \dots + (x+1) + 1 \in \mathbb{Z}[x]$ je ireducibilný (HINT: Eisenstein). (1/2 boda)

c) Rozložte $\frac{4x+2}{x^3+2x^2+4x+8}$ na parciálne zlomky nad

(i) $\mathbb{Z}_5$

(ii) $\mathbb{Q}$. (1/2 boda)

d) Dokážte:

$$1 - \frac{x}{1!} + \dots + (-1)^n \frac{x(x-1)\dots(x-n+1)}{n!} = (-1)^n \frac{(x-1)\dots(x-n)}{n!}$$

(1/2 boda)