Podpisy založené na hašovacích funkciách

Martin Stanek

Department of Computer Science
Comenius University
stanek@dcs.fmph.uniba.sk

Cryptology 1 (2022/23)

Content

Úvod

- podpisové schémy odolné voči kvantovým výpočtom
  - bezpečnosť nezávisí na zložitosti faktorizácie, DL a pod.
  - obvykle hašovacie funkcie – odolnosť vzoru, odolnosť druhého vzoru, odolnosť voči kolíziám
- ukážeme niektoré schémy a ich obmedzenia
  - počet použití
  - stav
  - veľkosť kľúčov, resp. podpisov

Lamportova schéma

- Lamport (1979)
- $f : X \to Y$ (napr. hašovacia funkcia)
- n – dĺžka podpisovanej správy (príp. jej odtačku)
- súkromný kľúč: $x_{i,j} \overset{\$}{\leftarrow} X$ pre $i = 1, \ldots, n$, $j \in \{0, 1\}$
- verejný kľúč: $y_{i,j} = f(x_{i,j})$
- správa na podpis $m = m_1, m_2, \ldots, m_n$ (príp. jej odtlačok)
- podpis: $\sigma = (x_{1,m_1}, x_{2,m_2}, \ldots, x_{n,m_n})$
- overenie podpisu $\sigma = (\sigma_1, \ldots, \sigma_n)$ pre správu m:

$$f(\sigma_i) \overset{?}{=} y_{i,m_i} \qquad i = 1, \ldots, n.$$

Lamportova schéma – poznámky

- schéma je **jednorazová**
  - podpísanie dvoch správ (pokiaľ sa tieto nelíšia len v 1 bite) umožňuje skombinovať korektný podpis pre novú správu
  - podpisovanie odtlačku správy veľmi nepomôže, stačí získať podpisy správ, ktorých odtlačky pokryjú výskyt 0 a 1 na (skoro) všetkých pozíciách ($O(\lg n)$ správ bude stačiť)
- veľkosť kľúčov (nech f je 256-bitová hašovacia funkcia a $n = 256$):
  - verejný kľúč: $2 \cdot 256 \cdot 256 = 16$ KiB
  - súkromný kľúč: 16 KiB (pre 256-bitové hodnoty $x_{i,j}$)
- veľkosť podpisu: 8 KiB
- rýchlosť nie je problém

Lamportova schéma – vylepšenia (1)

- efektivita, Merkle (1979)
- skrátenie súkromného kľúča
  - generovanie hodnôt pomocou PRNG, resp. PRF
- skrátenie verejného kľúča
  - $y = H(y_{1,0}, y_{1,1}, \ldots, y_{n,0}, y_{n,1})$
  - hodnoty $y_{i,1-m_i}$ (teda aj pri podpise nevyužité hodnoty) uviesť spolu s podpisom (podpis 2 krát dlhší ako predtým)
  - overenie zahŕňa výpočet hodnôt y_{i,m_i} a následne verifikáciu y

Lamportova schéma – vylepšenia (2)

- skrátenie kľúčov a podpisov na približne polovicu:
  - k podpisovanej správe (k odtlačku) pridáme $\lfloor \lg n \rfloor + 1$ bitov, počítadlo 0: $m' = m \,||\, (\#_0 m)_2$
  - nech $n' = n + \lfloor \lg n \rfloor + 1$
  - súkromný kľúč: $x_i \xleftarrow{\$} X$ pre $i = 1, \ldots, n'$
  - verejný kľúč: $y_i = f(x_i)$
  - podpis správy je postupnosť:

$$(x_i)_{i \in I} \qquad \text{kde } I = \{1 \leq i \leq n' \mid m'_i = 1\}$$

  - v každom m' je aspoň jedna 1
  - zmena 0 na 1 v m – príslušné x_i nie je v podpise
  - zmena 1 na 0 v m – väčší počet 0, teda v kontrolnom súčte sa aspoň jedna 0 zmení na 1, príslušné x_i nie je v podpise

WOTS

- WOTS – Winternitz one time signature
- skrátenie podpisov a zvýšenie časovej zložitosti (TMTO)
- funkcia $f : X \times X \longrightarrow X$ parametrizovaná kľúčom (akoby MAC)
  - označenie: $f(k, x) = f_k(x)$
- iterovanie funkcie f:
  - $f_k^0(x) = k, f_k^1(x) = f_k(x), f_k^2(x) = f_{f_k(x)}(x)$
  - všeobecne $f_k^r(x) = f_{f_k^{r-1}(x)}(x)$
  - iný varianty WOTS: priamočiara iterácia (hašovacej) funkcie – vyžaduje silnejší predpoklad (odolnosť voči kolíziám)
- parameter $w > 1$, napr. $w = 16$ alebo $w = 32$
- správu m vyjadríme vo w-árnej sústave
  - $m = (m_1, \ldots, m_{l_1})$, kde $0 \leq m_i < w$ pre $i = 1, \ldots, l_1$
- kontrolný súčet správy: $C = \sum_{i=1}^{l_1}(w - 1 - m_i)$
- nech $l = l_1 + l_2$, kde l_2 je maximálna dĺžka C (w-árna sústava)

WOTS (2)

- súkromný kľúč: $k_1, \ldots, k_l \xleftarrow{\$} X$
- verejný kľúč: $(x, y_1, \ldots, y_l)$, kde
  - $x \xleftarrow{\$} X$
  - $y_i = f_{k_i}^{w-1}(x)$ pre $i = 1, \ldots, l$
- podpisovanie:
  1. správu a jej kontrolný súčet rozdelíme na bloky: $m \,||\, C \mapsto m_1, \ldots, m_l$
  2. podpis $\sigma = (\sigma_1, \ldots, \sigma_l) = (f_{k_1}^{m_1}(x), \ldots, f_{k_l}^{m_l}(x))$
- overovanie podpisu:
  1. pre dané m vypočítame kontrolný súčet a rozdelíme na bloky
  2. overíme:

$$f_{\sigma_i}^{w-1-m_i}(x) \stackrel{?}{=} y_i \qquad i = 1, \ldots, l$$

WOTS (3)

- korektnosť schémy triviálne
- bez kontrolného súčtu schéma nie je bezpečná
  - z hodnoty σ_i vie ktokoľvek pre $m'_i \geq m_i$ počítať $\sigma'_i = f_{k_i}^{m'_i}(x) = f_{\sigma_i}^{(m'_i - m_i)}(x)$
  - teda korektný podpis pre i. blok
  - kontrolný súčet chráni pred takýmito posunmi
- stále jednorazová schéma

WOTS - konkrétne parametre

- veľkosť kľúčov (nech f je 256-bitová hašovacia funkcia a $|m| = 256$):
  - pre $w = 16$: $l_1 = 256/4 = 64$, $l_2 = \lfloor \lg(64 \cdot 15)/4 \rfloor + 1 = 2$
  - teda $l = 66$
  - verejný kľúč: $(l + 1) \cdot 256 \approx 2.1$ KiB
  - súkromný kľúč: $l \cdot 256 \approx 2.1$ KiB (pre 256 bitové hodnoty)
- veľkosť podpisu: $l \cdot 256 \approx 2.1$ KiB
  - cca. $\lg w = 4$ krát kratšie ako v pôvodnej Lamportovej schéme
- rýchlosť – porovnanie s pôvodnou Lamportovou schémou
  - podpisovanie: cca. $l \cdot w/2$ výpočtov f vs. 0
  - overovanie: cca. $l \cdot w/2$ výpočtov f vs. $|m|$ výpočtov f (WOTS približne $w/(2 \cdot \lg w)$ krát pomalšie)

WOTS$^+$

- Hülsing (2013)
- podobná schéma ako WOTS, iná iterácia funkcie f
- tesnejší dôkaz bezpečnosti ako pre WOTS
  - slabšie alebo štandardnejšie predpoklady na vlastnosti f
  - WOTS$^+$ môže nahradiť WOTS v iných konštrukciách
- iterovanie funcie $f : K \times X \rightarrow X$
  - vstupy: kľúč $k \in K$, $x \in X$, počítadlo $i \in \mathbb{N}$, znáhodňujúce prvky $\mathbf{r} = (r_1, \ldots, r_j)$ pre $j \geq i$
  - výpočet:

$$c_k^0(x, \mathbf{r}) = x$$
$$c_k^1(x, \mathbf{r}) = f_k(c_k^0(x, \mathbf{r}) \oplus r_1)$$
$$\ldots$$
$$c_k^i(x, \mathbf{r}) = f_k(c_k^{i-1}(x, \mathbf{r}) \oplus r_i)$$

WOTS$^+$ (2)

- parametre w, $l = l_1 + l_2$ ako pri WOTS
- súkromný kľúč: $x_1, \ldots, x_l \xleftarrow{\$} X$
- verejný kľúč: $((\mathbf{r}, k), y_1, \ldots, y_l)$
  - $k \xleftarrow{\$} K$
  - $\mathbf{r} = (r_1, \ldots, r_{w-1})$, kde $r_i \xleftarrow{\$} X$
  - $y_i = c_k^{w-1}(x_i, \mathbf{r})$, pre $i = 1, \ldots, l$
- podpisovanie:
  1. (zhodné s WOTS) správu a jej kontrolný súčet rozdelíme na bloky: $m \,||\, C \mapsto m_1, \ldots, m_l$
  2. podpis $\sigma = (\sigma_1, \ldots, \sigma_l) = (c_k^{m_1}(x_1, \mathbf{r}), \ldots, c_k^{m_l}(x_l, \mathbf{r}))$

Poznámka: kontrolný súčet (rovnako ako pri WOTS) zabezpečuje, že pre dané $m_1, \ldots, m_l$ ľubovoľná iná správa obsahuje aspoň jedno $m'_j < m_j$

WOTS$^+$ (3)

- overovanie:
  1. pre dané m vypočítame kontrolný súčet a rozdelíme na bloky
  2. overíme:

$$c_k^{w-1-m_i}(\sigma_i, \mathbf{r}_{m_i+1,w-1}) \stackrel{?}{=} y_i \qquad i = 1, \ldots, l$$

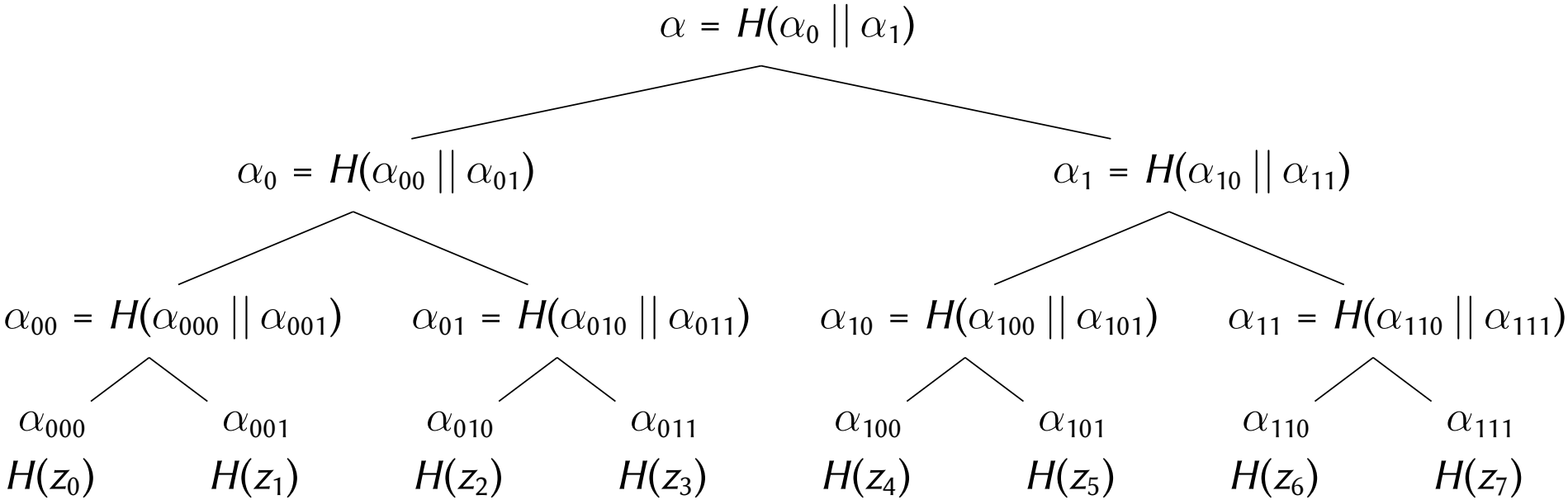
  kde $\mathbf{r}_{m_i+1,w-1} = (r_{m_i+1}, \ldots, r_{w-1})$

- skrátenie kľúčov:
  - hodnoty y_i verejného kľúča vo WOTS a WOTS$^+$ sú dopočítané pri overovaní . . . je možné ich nahradiť vo verejnom kľúči odtlačkom
  - hodnoty v $\mathbf{r}$ môžu byť generované zo seedu
  - podobne pre hodnoty v súkromnom kľúči

Merkleho hašovacie stromy

- Merkle, 1979
- riešenie problému s jednorazovým použitím podpisovej schémy
- viacero jednorazových schém
  - skombinované do spoločnej stromovej štruktúry
- Merkleho hašovacie stromy – rôzne aplikácie, napr.
  - súborové systémy (napr. ZFS), BitTorrent, Bitcoin, Git, ...
- Konštrukcia (binárny strom):
  - vstup: dáta $z_0, \ldots, z_{2^h-1}$, pre nejaké $h \geq 1$
  - pre zjednodušenie predpokladajme 2^h vstupných dát
  - H – hašovacia funkcia
  - hodnoty listov stromu: $H(z_i)$, pre $i = 0, \ldots, 2^h - 1$
  - hodnota vrcholu v: $H(a \,||\, b)$, kde a, resp. b, je hodnota ľavého, resp. pravého, potomka vrchola v

Príklad



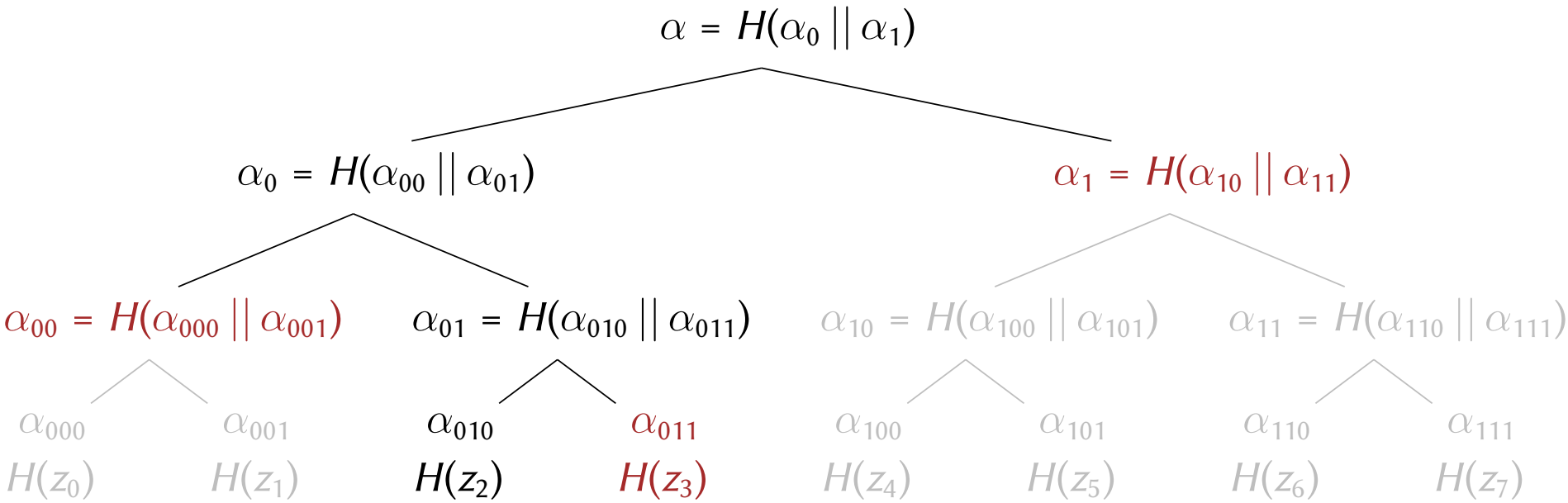
Merkleho hašovací strom pre $h = 3$

Merkleho podpisová schéma (MSS)

- dáta pre listy v strome - verejné kľúče OTS schém
- verejný kľúč: hodnota v koreni Merkleho hašovacieho stromu
- súkromný kľúč:
  - kľúč pre (vhodnú) konštrukciu, ktorou generujeme OTS schémy
  - príp. sada súkromných kľúčov OTS schém
- použitie (dokážeme podpísať 2^h správ):
  - postupne používame jednotlivé OTS schémy
  - pamätáme si, koľko správ už bolo podpísaných
- podpis správy obsahuje:
  - podpis správy v práve použitej OTS schéme
  - verejný kľúč použitej OTS schémy
  - autentizačnú cestu

Autentizačná cesta

- autentizačná cesta pre daný list stromu:
  - postupnosť hodnôt súrodeneckých vrcholov na ceste ku koreňu
  - umožňuje vypočítať hodnotu koreňa z hodnoty listu a ďalších h hodnôt



autentizačná cesta pre α_{010}: $\text{auth}(\alpha_{010}) = (\alpha_{011}, \alpha_{00}, \alpha_1)$

Merkleho podpisová schéma - overenie podpisu

- vstupy:
  - verejný kľúč MSS (hodnota v koreni)
  - správa
  - podpis v OTS schéme a jej verejný kľúč
  - autentizačná cesta
- postup:
  1. overíme podpis správy v OTS schéme
  2. vypočítame hodnotu koreňa (z verejného kľúča OTS schémy a autentizačnej cesty)
  3. porovnáme získanú hodnotu s verejným kľúčom MSS
- bezpečnosť schémy závisí na vlastnostiach:
  - H použitej v Merkleho hašovacom strome
  - použitej OTS schémy
  - kryptografických konštrukcií použitých pri generovaní OTS schém

Merkleho podpisová schéma - poznámky

- pri generovaní schémy potrebné vygenerovať celý strom
  - obmedzuje prakticky použiteľnú veľkosť h
- výpočet autentizačnej cesty:
  - Merkle tree traversal - sekvenčné generovanie listov a príslušných autentizačných ciest (využitie poradia používaných listov)
  - čas $O(h)$, pamäť $O(h)$ (Szydlo, 2004)
- Čo po vyčerpaní všetkých 2^h OTS schém?
  - vygenerovať nový strom + distribúcia nového verejného kľúča
  - poslednou schémou podpísať koreň nového stromu
  - mať taký veľký strom, že situácia nenastane
- podpisy sú dlhšie kvôli autentizačnej ceste – h odtlačkov navyše
  - veľkosť stromu ovplyvňuje dĺžku podpisov

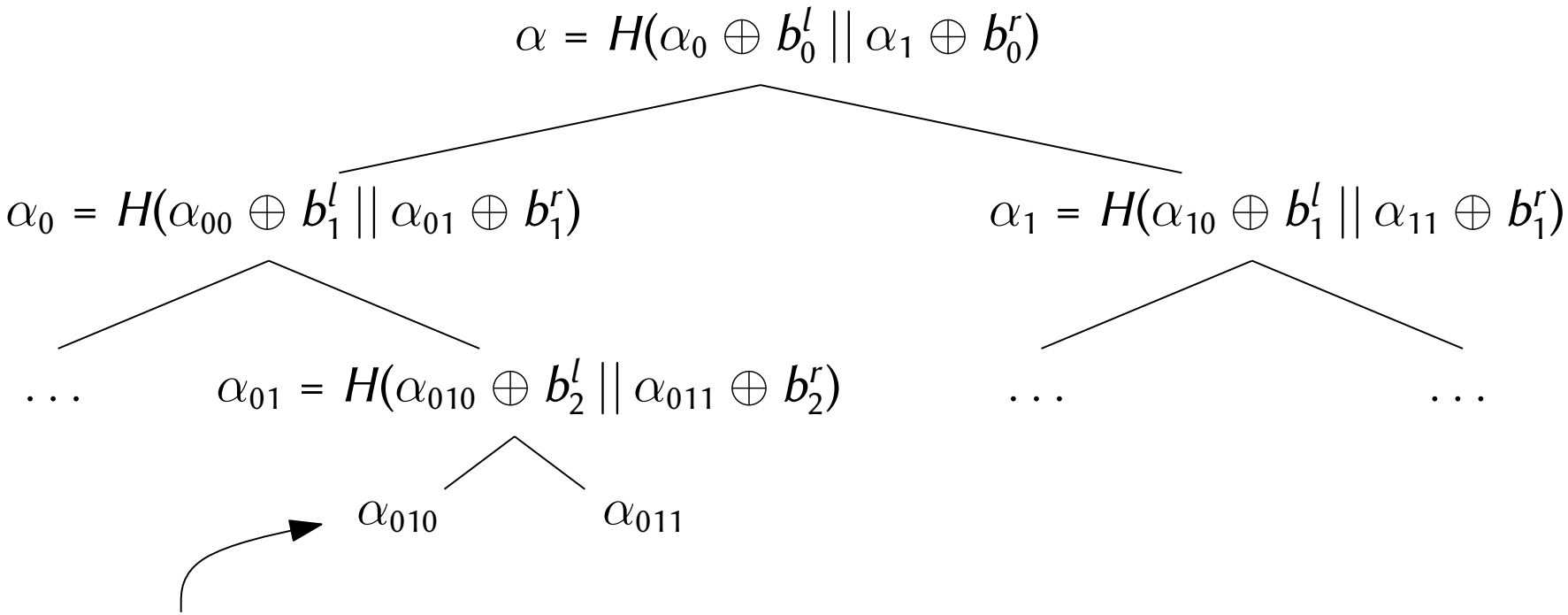
Merkleho podpisová schéma - poznámky (2)

- použitie WOTS (WOTS$^+$) v MSS
  - z podpisu sa dá dopočítať verejný kľúč OTS schémy (okrem x pre WOTS, resp. $(\mathbf{r}, k)$ pre WOTS$^+$)
  - skrátenie podpisu, idea použitá napr. v XMSS
- problém: schéma nie je jednorazová, ale zrazu je **stavová**
  - pre bezpečnosť: aby sme OTS nepoužili viackrát
  - pre efektívnosť: výpočet autentizačnej cesty
- stav pre niektoré použitia nemusí vadiť
  - napr. CA a podpisovanie certifikátov v HSM
- vo všeobecnosti je stav problém
  - load-balancing, obnova systému zo zálohy (starý stav) a pod.

XMSS (eXtended Merkle Signature Scheme)

- Buchmann, Dahmen, Hülsing (2011)
- modifikácia Merkleho stromov
  - xorovanie *masiek* pri agregácii hodnôt
  - v listoch *zavesené* tzv. L-stromy pre uloženie verejných kľúčov WOTS schém (spôsob hašovania verejného kľúča pre následné dôkazy bezpečnosti)
  - motivácia: stačí požadovať odolnosť druhého vzoru namiesto odolnosti voči kolíziám
- použitie WOTS – verejný kľúč nie je potrebné uvádzať v podpise
  - vypočíta sa z podpisu a overí spolu s overením XMSS stromu
- masky
  - pre každú nelistovú hĺbku stromu zvolená ľavá a pravá maska
  - masky sú náhodne volené reťazce potrebnej dĺžky

XMSS strom



koreň L-stromu pre verejný kľúč WOTS schémy
(nová sada masiek, rovnaká pre všetky L-stromy)

XMSS – poznámky

- L-strom
  - rovnaká konštrukcia ako XMSS strom (nové nezávislé masky, ale rovnaké v každom L-strome)
  - listy – hodnoty verejného kľúča WOTS $(x, y_1, \ldots, y_l)$
  - nemusí byť mocnina 2 – umiestnenie hodnôt vyššie (aby každý nelistový vrchol mal dvoch potomkov)
- stále si potrebujeme pamätať stav
- predstava o praktických parametroch (2011):
  - $h = 20$, teda kapacita na 2^{20} podpisov
  - použitie SHA-256, dĺžka verejného/súkromného kľúča: 13 568 / 280 bitov
  - procesor i5 M-540, bezpečnosť je interpretovaná ako *bit security*

w	Podpis/Overenie	Generovanie	Podpis	Bezpečnosť
16	7.00 / 0.52 [ms]	466 [s]	22 296 bitov	196
64	15.17 / 1.02 [ms]	1 099 [s]	16 664 bitov	146

- novší návrh a parametre: RFC 8391 (2018)

Bezstavové schémy

- odstránenie stavu z podpisovej schémy
- základná idea (Goldreich): obrovský binárny strom, napr. $h = 256$
  - každý vrchol reprezentuje jednu OTS schému
  - schému vieme vygenerovať zo súkromného kľúča a pozície vrchola (PRF)
- súkromný kľúč: náhodný reťazec bitov
- verejný kľúč: verejný kľúč OTS schémy v koreni stromu (Y)

Podpisovanie

- podpisovanie správy m (resp. jej odtlačku), napr. dĺžky 256 bitov:
  1. hodnota správy určí konkrétny list β v strome
  2. vypočítame parametre (kľúče) všetkých schém pre vrcholy (a ich súrodencov) na ceste od β ku koreňu (príslušné verejné kľúče označme $Y_h^l, Y_h^r, \ldots, Y_1^l, Y_1^r$)
  3. správu podpíšeme OTS schémou pre β (označme σ_m)
  4. každú dvojicu verejných kľúčov podpíšeme príslušnou OTS schémou v rodičovskom vrchole (podpisy $\sigma_1, \ldots, \sigma_{h-1}$)
  5. dvojicu podpísanú schémou v koreni označme σ_0
  6. podpis správy: $(\sigma_m, \sigma_0, \ldots, \sigma_{h-1}, Y_1^l, Y_1^r, \ldots, Y_h^l, Y_h^r)$

Overenie podpisu

- vstup:
  - správa m (resp. odtlačok)
  - verejný kľúč z koreňa stromu: Y
  - podpis $(\sigma_m, \sigma_0, \ldots, \sigma_{h-1}, Y_1^l, Y_1^r, \ldots, Y_h^l, Y_h^r)$
- postup overenia:
  1. z m určíme konkrétny list β
  2. overíme podpis σ_m (pomocou Y_h^l alebo Y_h^r)
  3. overíme *certifikačnú cestu*, teda podpisy $(\sigma_1, \ldots, \sigma_{h-1})$ pomocou verejných kľúčov z podpisu
  4. overíme podpis σ_0 pomocou verejného kľúča Y
- nepotrebujeme stav, lebo pravdepodobnosť kolízie je zanedbateľná
- podpisy vo vrcholoch certifikačnej cesty sú vždy rovnaké
  - certifikujú sa verejné kľúče potomkov
  - teda stačí OTS schéma
- nevýhoda: dlhé podpisy, nevhodné pre praktické použitie

Optimalizácie bezstavovej schémy

- kombinácia viacerých techník
- deterministické/pseudonáhodné určenie listu v strome pre podpisovanú správu
- použite *few-time* podpisových schém namiesto WOTS v listových vrcholoch
  - len pre podpisovanie samotných správ
  - bez neželaných dopadov vieme podpísať zopár správ (povedzme 4)
  - zmenšenie stromu (potrebného počtu listových vrcholov)
  - príklady schém: HORS, HORST, FORS
- rozdelenie veľkého stromu na viacero úrovní menších Merkleho stromov

Optimalizácie bezstavovej schémy (2)

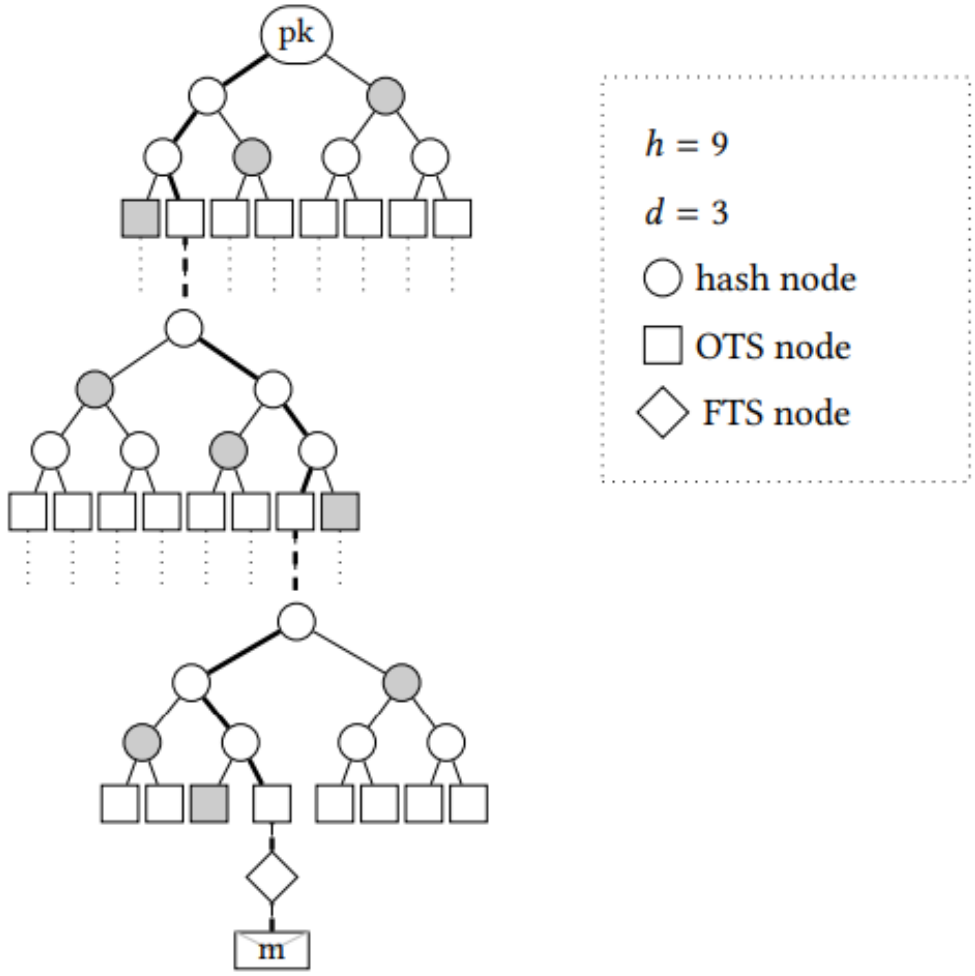


Figure 1: An illustration of a (small) SPHINCS structure.

Zdroj: D. Bernstein et al.: The SPHINCS+ Signature Framework (2019)

PQC štandardizácia

- jedna z 3 podpisových schém vybraných pre štandardizáciu
- NIST Status Report on the 2nd Round:

  SPHINCS+ provides very solid assurance of its security claims, but this comes at a substantial cost in performance—it is slower, and its signatures are considerably larger than most other signature schemes. …
  It is difficult to imagine TLS with SPHINCS+ as the signature algorithm providing acceptable performance. Both the speed and size of signatures would be unacceptable.
- dĺžky v bajtoch (s – size-optimized (small), f – speed-optimized (fast)):

level	private key	public key	signature	
128	64	32	8 080	*SPHINCS+-128s*
128	64	32	16 976	*SPHINCS+-128f*
256	128	64	29 792	*SPHINCS+-256s*
256	128	64	49 216	*SPHINCS+-256f*

Záver

- podpisové schémy založené na hašovacích funkciách
  - vždy obmedzenie na max. počet podpisov
  - princípy sú jednoduché
  - optimalizácie pre praktickú použiteľnosť a pre slabšie bezpečnostné predpoklady sú zložitejšie