

Analýza toku dát

Ján Šturc

O čom to je ?

- Počas kompilácie usudzujeme o vlastnostiach a chovaní sa programu počas behu.
- Čo nás zaujíma
 - Vlastnosti, ktoré musia platiť vždy (invarianty) napr.:
 - V príkaze $x := y + z$ je y vždy rovné 1.
 - Pointer p vždy ukazuje do poľa a .
 - Príkaz S sa nikdy nevykoná.
 - Vlastnosti, ktoré platia často napr.:
 - Spravidla sa príkaz S_1 vykoná častejšie ako príkaz S_2 .
 - Vlastnosti, ktoré sa musia aspoň raz splniť počas vykonávania programu (intermitenty) napr.:
 - Počas vykonávania programu premenná x niekedy nadobudne hodnotu a .

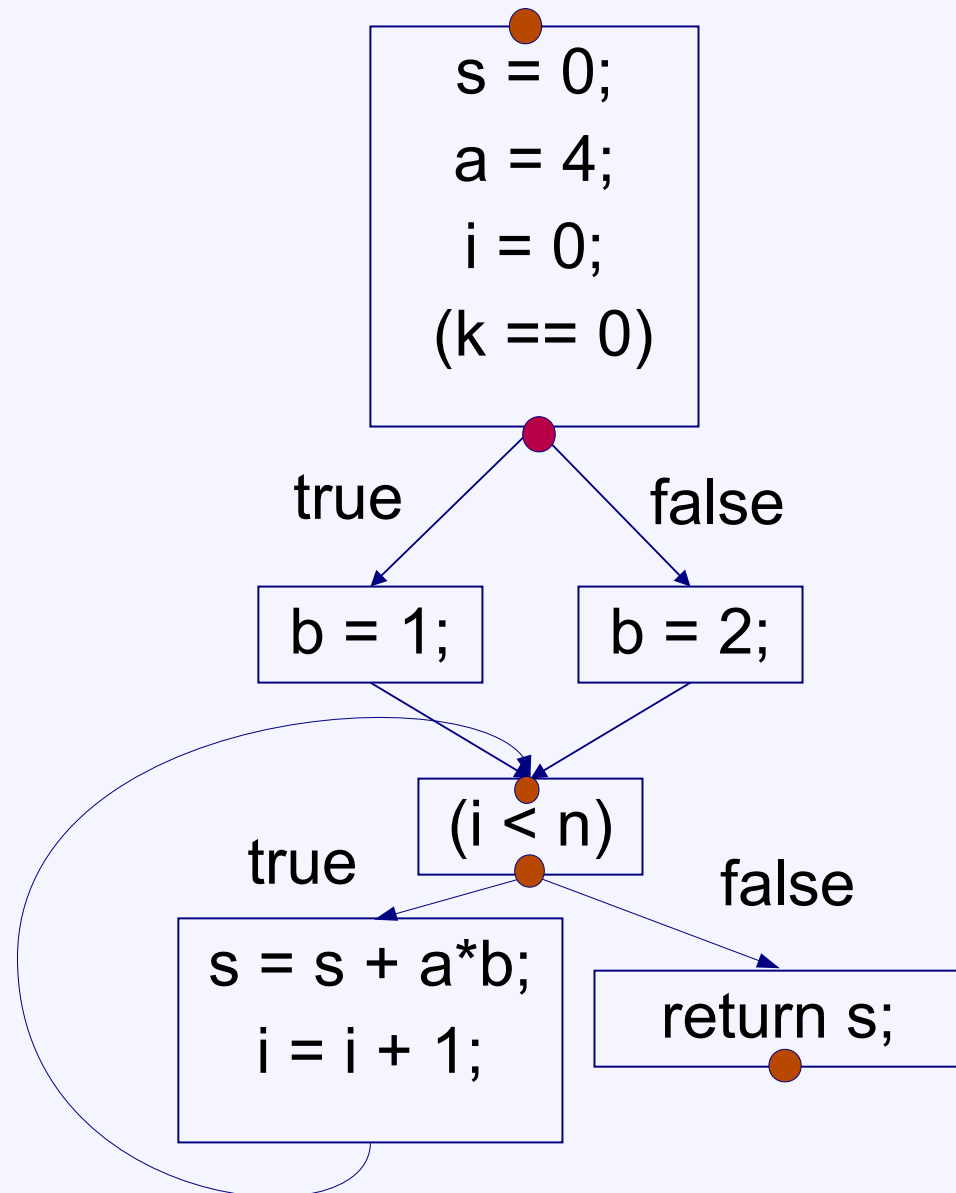
Graf toku riadenia (blokový diagram)

- Uzly reprezentujú základné bloky
 - Základný blok je postupnosť inštrukcií obsahujúca najviac jeden skok ako poslednú inštrukciu.
 - Všetky vstupy do základného bloku vedú cez jeho hlavičku (prvú inštrukciu)
 - Základný blok je (má byť) maximálny.
 - Dôsledok: Ak sa základný blok začne vykonávať vykoná sa celý
- Hrany reprezentujú vlastný tok riadenia (skoky a vetvenie)
 - Vzhľadom na definované inštrukcie je možné len binárne vetvenie.
 - Pri zovšeobecnených úlohách obmedzenie na vetvenie neplatí.

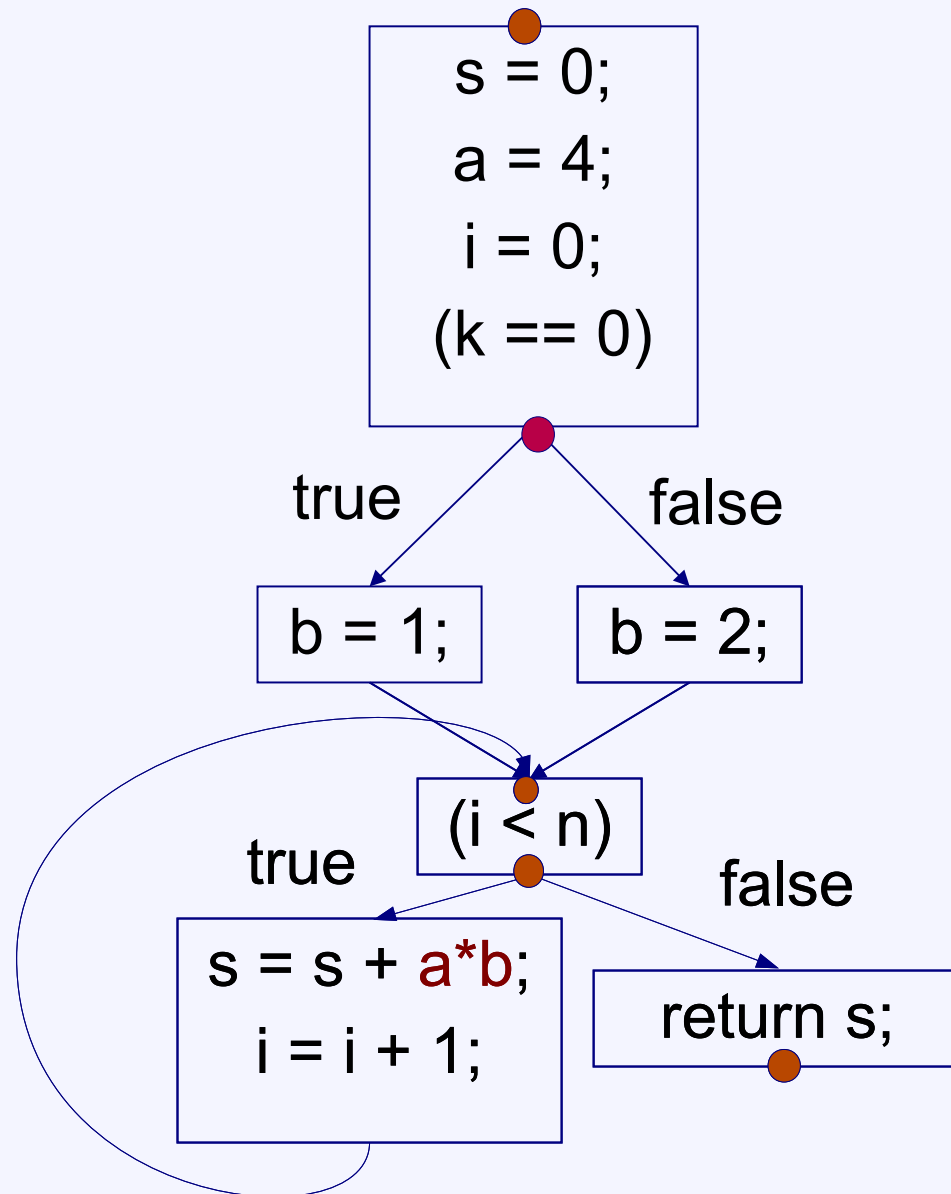
Príklad grafu toku riadenia

```
into add(n, k) {  
    s = 0; a = 4; i = 0;  
    if (k == 0) b = 1;  
    else b = 2;  
    while (i < n) {  
        s = s + a*b;  
        i = i + 1;  
    }  
    return s;  
}
```

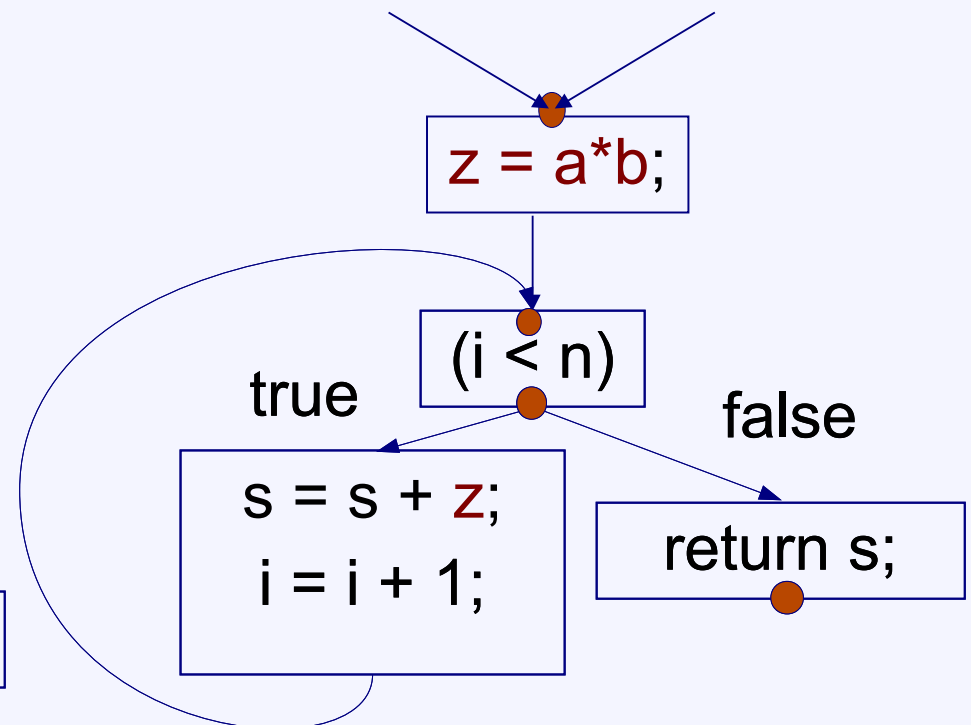
~~if (k == 0) return 4*n;
else return 8*n;~~



Optimalizácia



$a*b$ nezávisí od premennej cyklu. Môžeme vypočítať raz, mimo cyklu.



Zaujímavé body grafu toku riadenia

- Vstup do programu n_0
- Body vetvenia (split)
 - $\text{succ}(n)$ = množina všetkých následníkov
 - Vzhľadom na definíciu inštrukcie je stupeň týchto bodov vždy dva
- Body spájania (merge)
 - $\text{pred}(n)$ = množina všetkých predchodcov
 - Môžu byť ľubovoľného stupňa.
- Výstup z programu
 - n_F
 - Eventuálne môžeme mať aj množinu finálnych uzlov

Problémy toku dát

- V čase kompilácie usudzujeme o hodnotách premenných a výrazov v čase behu.
- Vo všetkých zaujímavých bodoch chceme vedieť
 - Z ktorého príkazu priradenia pochádza hodnota premennej v tomto bode ?
 - Ktorá premenná obsahuje hodnoty, ktoré nemajú po tomto bode použitie? (mŕtve premenné)
 - Aké sú možné hodnoty (range) premenných v tomto bode ?

Hlavná myšlienka

- Reprezentovať požadovanú informáciu hodnotami z úplného zväzu $\mathcal{L} = \langle L, \sqcup, \sqcap, \top, \perp; \sqsubseteq \rangle$.
- Popísať transformácie pri vykonávaní programu zväzovými operáciami.
 - Pre každý blok definujeme prenosovú funkciu $f_B: L \rightarrow L$.
- Ukázať, že tieto transformácie sú monotónne.
- Simuláciou behu programu
 - Doprednou (forward), alebo
 - Reverznou (backward)
- Určiť pevný bod
 - Minimálny teoreticky sú možné aj iné pevné body.
- Pre väčšinu úloh je tento zväz priestor booleovských vektorov (hyperkocka) s operáciami a čiastočným usporiadaním po bitoch.

Prenosové funkcie

- Prenosové funkcie charakterizujú účinok bloku B na informáciu o toku dát
- Trieda prenosových funkcií F
 - Musí obsahovať identickú funkciu (efekt prázdneho príkazu)
 - Byť uzavretá vzhľadom na kompozíciu (zložený príkaz)
 $\forall(f,g \in F)(h = f(g(x))) \in F$
 - Všetky funkcie v F musia byť monotónne
 $\forall(f \in F)(f(x) \sqsubseteq x) \vee \forall(f \in F)(x \sqsubseteq f(x))$
 - Poslednú podmienku možno oslabiť na existenciu pevného bodu.
- Často bývajú tieto funkcie distributívne
- Distributívnosť implikuje monotónnosť
 $x \sqsubseteq y$ znamená $x \sqcup y = y$. Teda $f(x \sqcup y) = f(y)$. Podľa distributívnosti $f(x \sqcup y) = f(x) \sqcup f(y)$. Teda $f(x) \sqcup f(y) = f(y)$, to znamená $f(x) \sqsubseteq f(y)$.

Dopredná analýza toku dát

- Pre každý uzol n a jemu príslušný blok B_n je definované
 - in_n informácia vchádzajúca do uzlu n .
 - out_n informácia vychádzajúca z uzlu n .
 - f_{B_n} prenosová funkcia bloku B_n .
- Riešenie musí splňovať rovnice: **(rovnice toku dát)**
 - $in_{n_0} = I_0$ precondition
 - $\forall n \quad out_n = f_{B_n}(in_n)$
 - $\forall n \neq n_0 \quad in_n = \coprod_{m \in \text{pred}(n)} out_m$
- Množinu rovníc iterujeme podľa (Tarského) vety o pevnom bode.
- V ďalšom uvedieme efektívnejšie metódy iterácie.

Reverzná analýza toku dát

- Pre každý uzol n a jemu príslušný blok B_n je definované
 - in_n informácia vstupe do uzlu n .
 - out_n informácia na výstupe z uzlu n .
 - rf_{B_n} reverzná prenosová funkcia bloku B_n .
- Riešenie musí splňovať rovnice: (rovnice toku dát)
 - $\forall n \quad in_n = rf_{B_n}(out_n)$
 - $\forall n \neq n_f \quad out_n = \coprod_{m \in succ(n)} in_m$
 - $out_{n_f} = O_f$ postcondition
- Rovnice toku dát sa dajú zovšeobecniť aj pre množinu terminálnych bodov
- Vlastne pre každý smer analýzy stačí horná resp. dolná polovica zväzu. Optimalizačné polozväzy.

Rovnice toku dát

- Úlohou kompilátoru je zostaviť rovnice toku dát pre jednotlivé úlohy analýzy toku dát
 - Reaching definitions forward
 - Available expressions forward
 - Live variables backward
 - Use-definition chain: ku každému použitiu premennej pridávame zoznam všetkých premenných, ktoré „reaches it“.
 - Definition-use chain: naopak ku každej definícii zoznam miest programu, kde je použitá.
- Iné atypické problémy
 - Sign analysis (znamienková analýza)
- Riešenie rovníc je delegované na samostatný program, od ktorého si optimalizátor prevezme výsledky.
 - Presnejšie kladie mu dotazy

Metódy riešenia rovníc toku dát

- Naívna iterácia – round robin (A. Kildall. 1971)

Initilize: **for all** n **do** $\{out_n := \perp; in_n := \perp;\}$

$in_{n_0} = I_0$; /* alebo $out_{n_f} = O_f$; */

Iterate: **repeat**

for all equations **do** compute equation;
until change occurred;

- Tento algoritmus opakuje mnohé výpočty zbytočne
- Efektívnejšiu implementáciu dosiahneme, keď si počas práce algoritmu budeme udržiavať pracovný zoznam (*worklist*) uzlov, ktorých sa zmeny týkajú.

Worklist algoritmus pre dopredné DFE

```
for each n do outn := fn(⊥);  
inn0 := I; outn0 := fn0(I);  
worklist := N - { n0 };  
while worklist ≠ ∅ do  
  { remove a node n from worklist;  
    inn =  $\bigsqcup_{m \in \text{pred}(n)} \text{out}_m$ ;  
    outn = fBn(inn);  
    if outn changed then worklist := worklist ∪ succ(n);  
    /* all successors of n must be added to the worklist */  
  }
```

- V programe je zamlčaná implementácia worklist. Používa sa zásobník, fronta (queue) a prioritná fronta.
- Štruktúry pre worklist musia byť implementáciou množiny !

Worklist algoritmus pre reverzné DFE

```
for each n do  $in_n := f_n(\perp)$   
for each  $n \in N_{final}$  do {  $out_n := O$ ;  $in_n := rf_{B_n}(O)$ ; }  
worklist :=  $N - N_{final}$ ;  
while worklist  $\neq \emptyset$  do  
  { remove a node n from worklist;  
     $out_n = \sqcup_{m \in succ(n)} in_m$ ;  
     $in_n = rf_{B_n}(out_n)$ ;  
    if  $in_n$  changed then worklist := worklist  $\cup$  pred(n);  
    /* all predecessors of n must be added to the worklist */  
  }
```

- V tomto prípade program zohľadňuje možnosť viacerých terminálnych uzlov.

Správnosť algoritmu

- Konštrukcia algoritmu zabezpečuje, že:
 - Pre každý uzol platí vzťah medzi vstupom a výstupom (dopredne alebo spätne).
 - Ak sa pri výpočte uzlu zmenia hodnoty, sa jeho následníci (predchodcovia pri reverznom spracovaní) dostanú znova do zoznamu spracovania worklist. Pri ich vybraní zo zoznamu sa prepočítajú ich hodnoty.
- Znamená to, že program môže skončiť, iba ak sú splnené rovnice toku dát.
- Skončenie:
 - Každá rovnica pre uzol je monotónna. To zaručuje, že niekedy nastane prípad, že hodnota v uzle sa už pri ďalších výpočtoch nebude meniť. Podľa Tarského vety.
 - Každý uzol sa raz stabilizuje. Keď sa stabilizujú všetky uzly, výpočet skončí.

$T_1 - T_2$ redukcia grafu

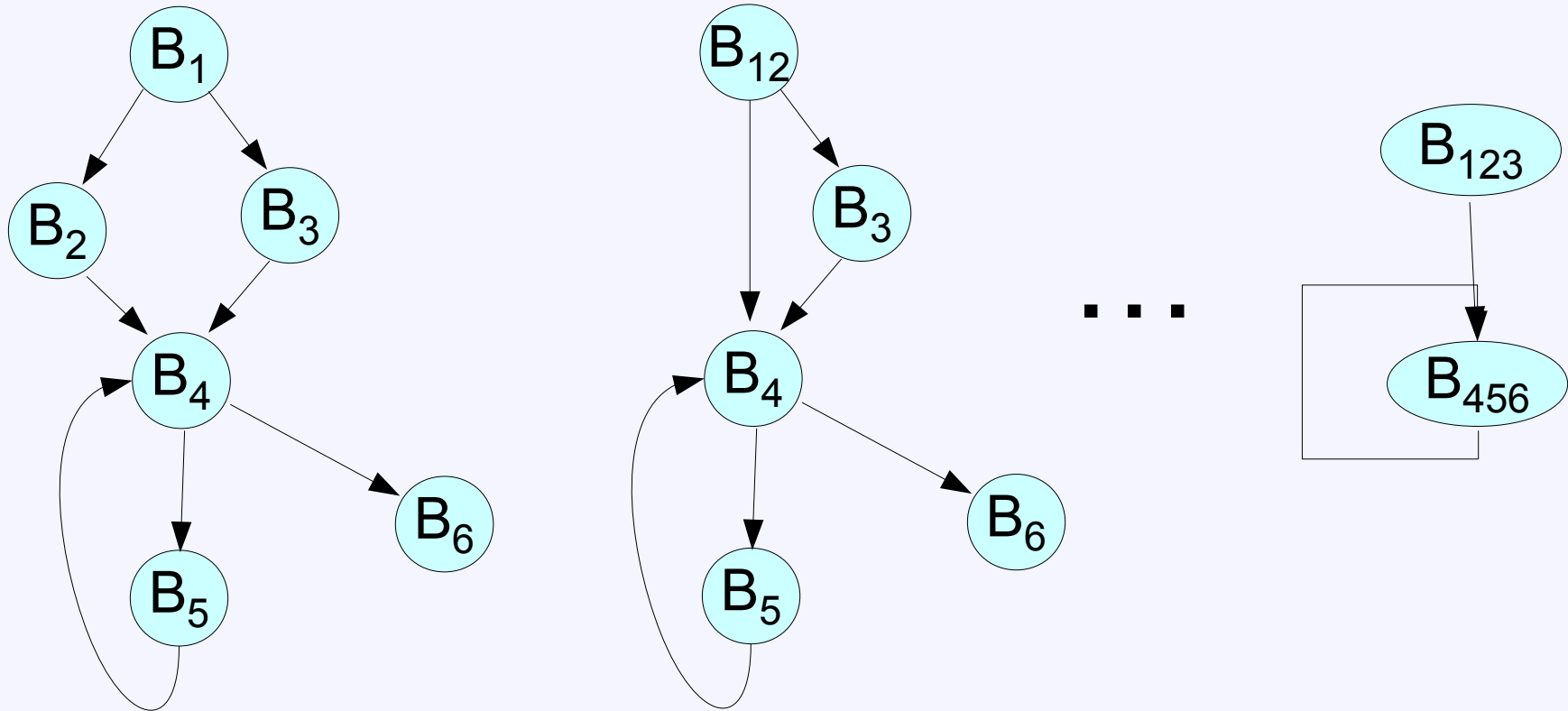
- Nech je daný orientovaný graf $G = \langle N, E \rangle$, uvažujme transformácie (operácie):

T_1 : Ak hrana $e \in E$ je slučka, potom ju odstráň.

T_2 : Ak vrchol n má jediného predchodcu vrchol p . Potom zlúč n a p do jedného vrcholu (np). Hranu $p \rightarrow n$ zrušíme. Pričom $\text{succ}(np) = \text{succ}(n) \cup \text{succ}(p)$. Zjednotenie vychádzajúcich hrán. $\text{pred}(np) = \text{pred}(p)$.

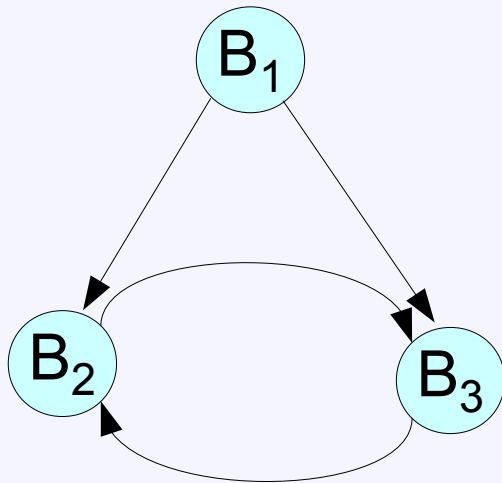
- Opakované použitie $T_1 - T_2$ transformácie.
- Poradie operácií: Keď je možné T_1 nerobíme T_2 .
 - Ak je možných viac T_1 operácií (počiatočný graf môže mať slučky) na ich poradí nezáleží.
 - Na poradí T_2 operácií nezáleží.

Príklad

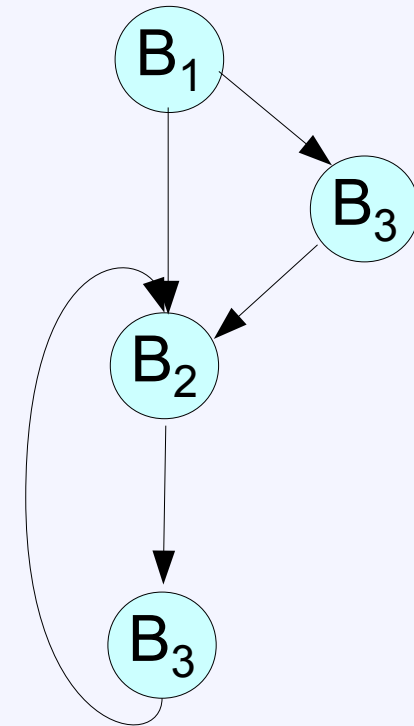


Dva možné konce $T_1 - T_2$ redukcie

- Jediný vrchol – redukovateľný graf
- Graf homomorfný skoku do cyklu – neredukovateľný graf



Je to vlastne jediné neštruktúrovateľné použitie skoku. Dá sa opraviť opakovaním jedného z blokov cyklu.



Je to aj odpoveď na otázku:

Čo stojí štruktúrované programovanie ?

Najhorší prípad B_1 je jeden príkaz a B_2 a

B_3 sú rovnaké. **3/2 násobné zväčšenie**

programu.

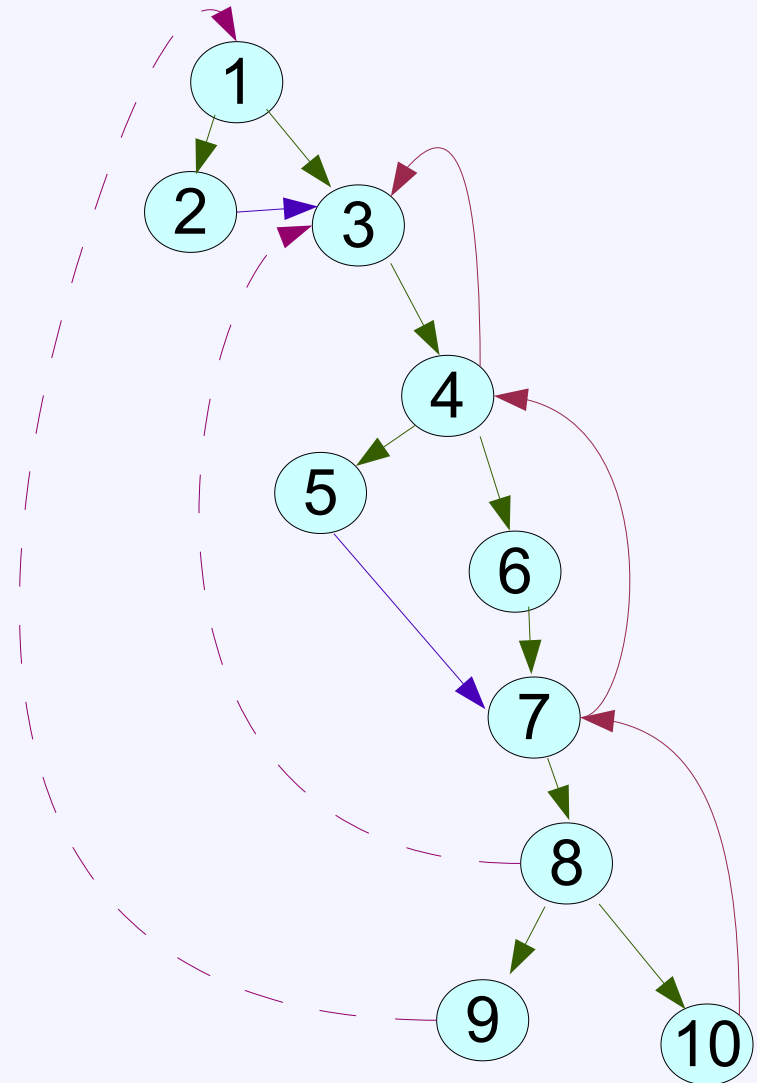
Riadenie výpočtu redukciou grafu

- Pri každej transformácii T_2 spojíme dva uzly. To zodpovedá približne zloženiu dvoch blokov eventuálne nejaké premenné „vypadnú“.
- Pri transformácii T_1 „stabilizujeme cyklus“
- Pre redukovateľné grafy tak dostaneme efektívnejší algoritmus.
- Nevýhody tohto prístupu
 - Eliminácia závisí na množine prenosových funkcií F .
 - Efektívnosť závisí na výbere poradia transformácií.
 - Nefunguje pre neredukovateľné grafy.
- Väčšina grafov toku riadenia je redukovateľná
- O reverzných grafoch (s obrátenou orientáciou hrán) to neplatí.

Depth-first kostra

dept-first číslovanie grafu

```
procedure dfs(n);  
{ mark(n); // visited  
  for each successor s of n do  
    if s not marked then  
      { add edge  $n \rightarrow s$  to T;  
        dfs(s);  
      }  
  dfn[n]:= i;  
  i:= i - 1;  
}  
// main program follows  
{ i:= 0;  
  for each node n of G do  
    { unmark(n); // unvisited  
      i:= i + 1;  
    }  
  dfs(n0);  
}
```



Vlastnosti redukovateľných grafov

- Hrany grafu sú rozdelené do troch tried:
 - 1) Kostrové – dopredné (zelené)
 - 2) Spätné (bordové) vedú ku svojmu predchodcovi (nemusí byť ani vlastný, ani bezprostredný).
 - 3) Priečné (modré)
- Hrana $n \rightarrow p$ spätná práve vtedy, keď $dfn(p) \leq dfn(n)$.
- Hĺbka grafu G $depth(G)$ je maximálny možný počet spätných hrán v acyklickej ceste.
- Hĺbka grafu v redukovateľnom grafe nikdy nie je väčšia, ako maximálny počet vnorených cyklov v tomto grafe.
- Počet iterácií pri výpočte pevného bodu redukovateľného grafu $T_1 - T_2$ transformáciami je $depth(G)+3$.

Úlohy analýzy toku dát

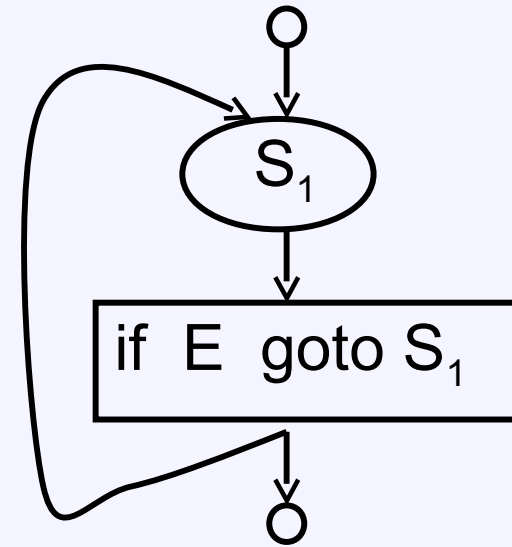
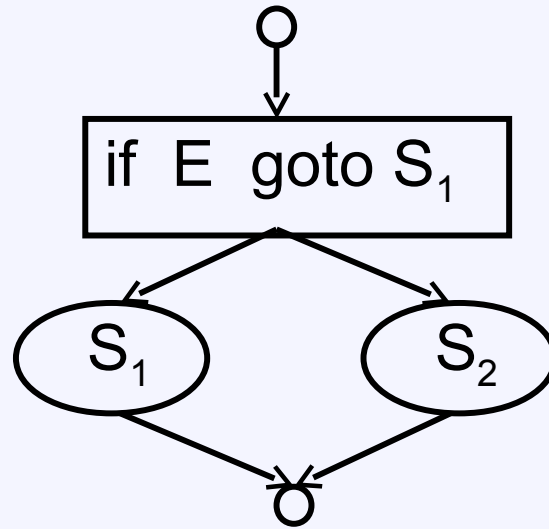
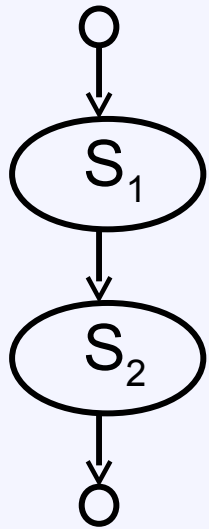
- Na špecifikáciu úlohy analýzy toku riadenia treba určiť:
 1. Doménu (obor definície)
 2. Optimalizačný polozväz
 3. Prenosové funkcie
 4. Inicializáciu
- Množina rovníc je už určená grafom toku riadenia a predošlými špecifikáciami.

Platnosť priradení

- Definícia premennej x je priradovací príkaz $x := \dots$.
- Priradenie môže byť zrejmé (unambiguous)
 - Priradovací príkaz $x := \dots$.
 - Načítanie do premennej x : $\text{read}(x)$, $\text{get}(x)$, \dots .
- Skryté (ambiguous) priradenia:
 - Priradenie cez smerník $*y := \dots$ (alebo priradenie prvku pola).
 - Volanie procedúry, ktorej argumenty sú volané referenciou.
 - Volanie procedúry používajúcej nelokálne premenné (side effect).
- Definícia d premennej x z bodu p programu môže platiť (reaches) v bode n programu. Ak existuje cesta z p do n , po ktorej sa nevyskytuje žiadne zrejmé priradenie premennej x . **Reaching definitions.**
- Definícia d premennej x z bodu p programu musí platiť (is available) v bode n programu. Ak na žiadnej ceste z p do n , sa nevyskytuje žiadne (ani skryté) priradenie premennej x . **Available expressions.**

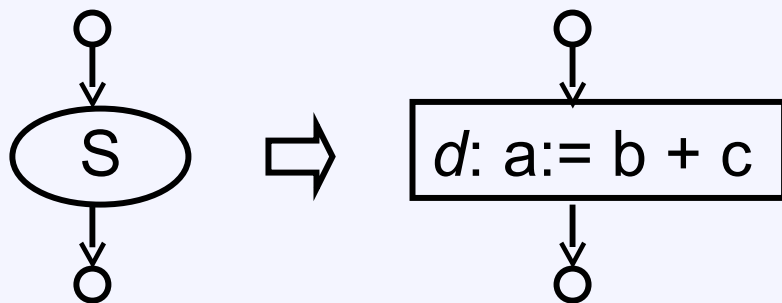
Syntaxou riadeným prekladom

$S \rightarrow$ **id** **':='** **E**
| **S**₁ **','** **S**₂
| **if** **E** **then** **S**₁ **else** **S**₂
| **do** **S** **while** **E**



Rovnice toku dát

- V každom príkaze (bloku S):
 - Niečo vznikne (je nejaké priradenie) – $\text{gen}[S]$
 - Eventuálne nejaké priradenie prestane platiť – $\text{kill}[S]$
- Každý príkaz (blok) má atribúty:
 - Zdedený atribút $\text{in}[S]$
 - Syntetizované atribúty $\text{out}[S]$, $\text{gen}[S]$ a $\text{kill}[S]$
- Platí rovnica (prenosová funkcia) príkazu (bloku):
$$\text{out}[S] = \text{gen}[S] \cup (\text{in}[S] - \text{kill}[S])$$
 - $\text{gen}[S]$ obsahuje len posledné priradenia premennej bloku.
 - $\text{kill}[S]$ sa vzťahuje len na definície do bloku vchádzajúce.



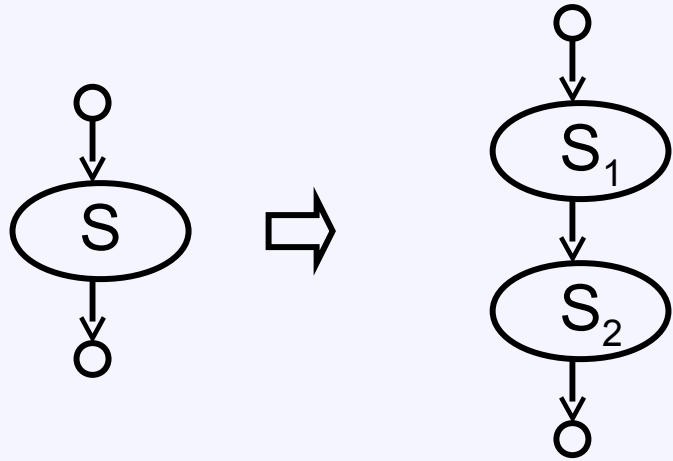
$$\text{gen}[S] = \{d\}$$

$$\text{kill}[S] = D_a - \{d\}$$

$$\text{out}[S] = \text{gen}[S] \cup (\text{in}[S] - \text{kill}[S])$$

Kde D_a je množina všetkých doterajších definícií premennej a .

Zložený a podmienený príkaz



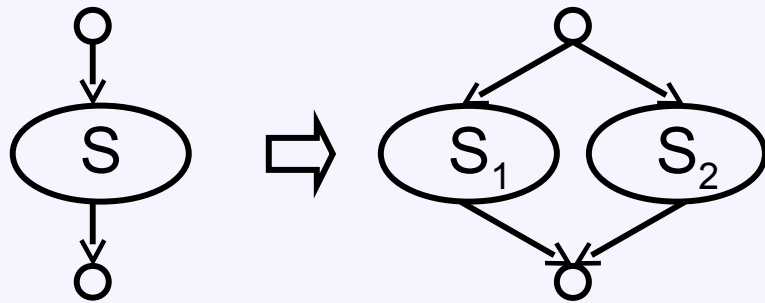
$$\text{gen}[S] = \text{gen}[S_2] \cup (\text{gen}[S_1] - \text{kill}[S_2])$$

$$\text{kill}[S] = \text{kill}[S_2] \cup (\text{kill}[S_1] - \text{gen}[S_2])$$

$$\text{in}[S_1] = \text{in}[S]$$

$$\text{in}[S_2] = \text{out}[S_1]$$

$$\text{out}[S] = \text{out}[S_2]$$



$$\text{gen}[S] = \text{gen}[S_1] \cup \text{gen}[S_2]$$

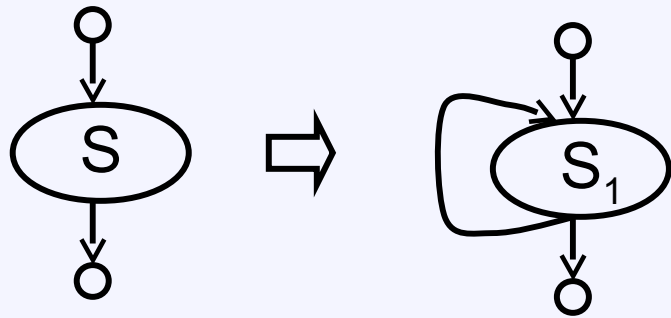
$$\text{kill}[S] = \text{kill}[S_1] \cap \text{kill}[S_2]$$

$$\text{in}[S_1] = \text{in}[S]$$

$$\text{in}[S_2] = \text{in}[S]$$

$$\text{out}[S] = \text{out}[S_1] \cup \text{out}[S_2]$$

Cyklus a jeho stabilizácia



$$\text{gen}[S] = \text{gen}[S_1]$$

$$\text{kill}[S] = \text{kill}[S_1]$$

$$\text{in}[S_1] = \text{in}[S] \cup \text{gen}[S_1]$$

$$\text{out}[S] = \text{out}[S_1]$$

$$\text{in}[S_1] = \text{in}[S] \cup \text{out}[S_1]$$

$$\text{out}[S_1] = \text{gen}[S_1] \cup (\text{in}[S_1] - \text{kill}[S_1])$$

$$i = j \cup o$$

$$o = g \cup (i - k)$$

Predpokladáme $o_0 = \emptyset$

$$i_1 = j \cup o_0 = j$$

$$o_1 = g \cup (i_1 - k) = g \cup (j - k)$$

$$i_2 = j \cup o_1 = j \cup g \cup (j - k) = j \cup g$$

$$o_2 = g \cup (i_2 - k) = g \cup (j \cup g - k) = g \cup (j - k)$$

Dátové štruktúry pre výpočet

- Potrebujeme reprezentovať množiny definícií.
 - Vhodnou reprezentáciou je powerset (bitový vektor)
 - Operácie \cap a \cup sú boolovské operácie po bitoch.
- Doména L je množina všetkých podmnožín množiny všetkých definícií v programe.
 - \sqcup je zjednotenie \cup
 - \sqcap je prienik \cap
 - \sqsubseteq je množinová inklúzia \subseteq
 - \perp je prázdna množina \emptyset
 - \top je množina všetkých definícií D
- Uvedená štruktúra množina všetkých podmnožín voľakej množiny je boolovský (teda aj úplný) zväz.

Reaching definitions

- L = powerset všetkých definícií v programe (množina všetkých podmnožín množiny všetkých definícií v programe)
- $\sqcup = \cup$ (order is \subseteq)
- $\perp = \emptyset$
- $l_0 = in_{n_0} = \perp$
- F = množina všetkých funkcií tvaru $f(x) = gen \cup (x-kill)$
 - *kill* je množina všetkých definícií, ktoré sú v uzle zrušené
 - *gen* je množina definícií, ktoré uzol generuje.
- Úloha je dopredná.

Available expressions

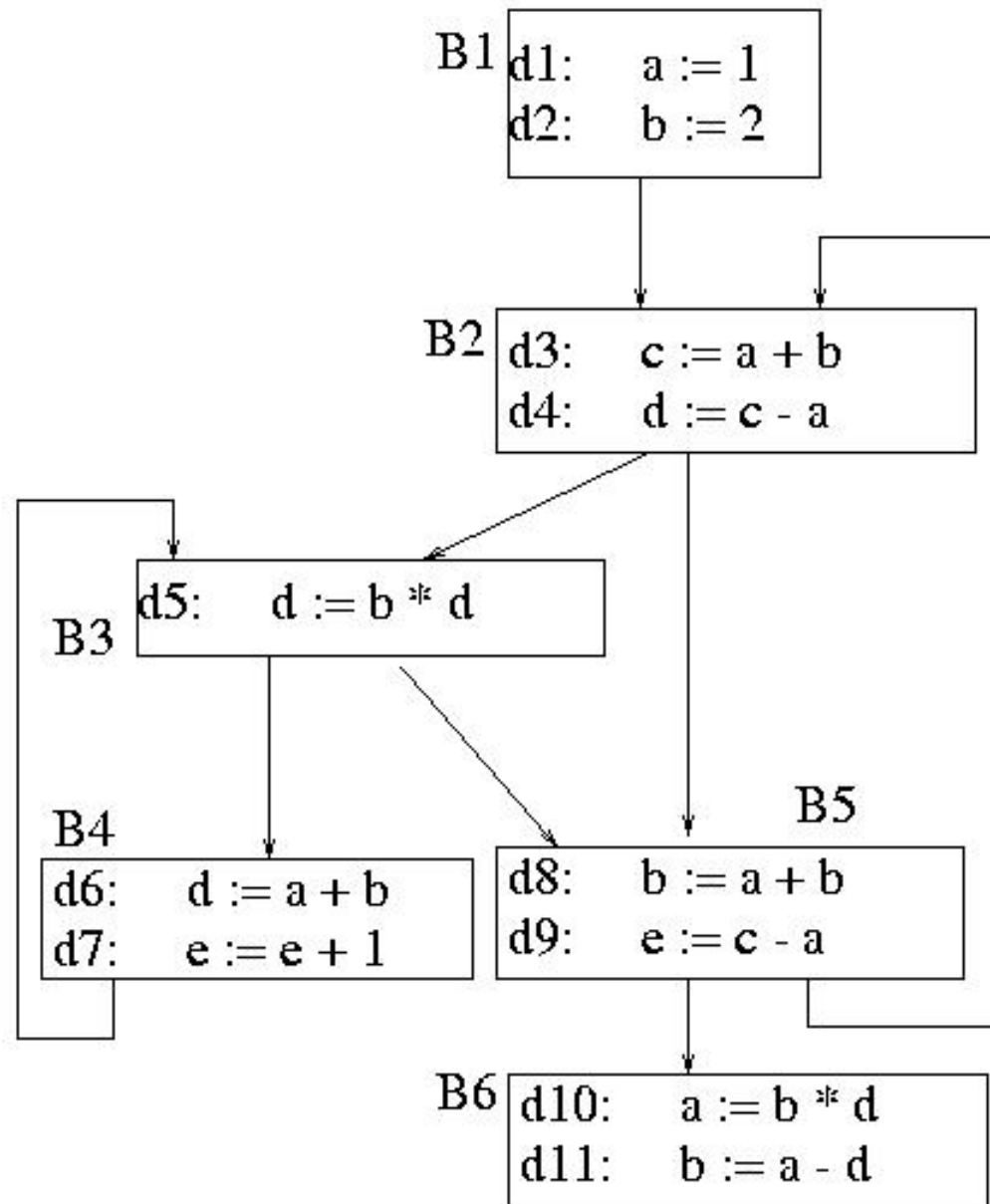
- L = powerset všetkých definícií v programe (množina všetkých podmnožín množiny všetkých definícií v programe)
- $\sqsubseteq = \cap$ (order is \supseteq)
 - $\perp = \emptyset$
- $l_0 = in_{n_0} = \perp$
- F = množina všetkých funkcií tvaru $f(x) = gen \cup (x-kill)$
 - *kill* je množina všetkých definícií, ktoré sú v uzle zrušené
 - *gen* je množina definícií, ktoré uzol generuje.
- Úloha je dopredná.

Živé premenné – live variables

- L = powerset všetkých premenných v programe (množina všetkých podmnožín množiny všetkých premenných v programe)
- $\sqcup = \cup$ (order is \subseteq)
- $\perp = \emptyset$
- $I_0 = in_{n_0} = \perp$
- F = množina všetkých funkcií tvaru $f(x) = gen \cup (x-kill)$
 - *kill* je množina premenných, ktorým uzol priraduje hodnotu skôr ako ich použije
 - *gen* je množina premenných, ktoré uzol používa skôr ako ich definuje
- Úloha je reverzná.

Príklad

Block	DEF	USE
B1	{a,b}	{}
B2	{c,d}	{a,b}
B3	{}	{b,d}
B4	{d}	{a,b,e}
B5	{e}	{a,b,c}
B6	{a}	{b,d}



DFA úlohy z dračej knihy 1

	Reaching Definitions	Live Variables	Available Expressions
Domain	Sets of definitions	Sets of variables	Sets of expressions
Direction	Forwards	Backwards	Forwards
Transfer function	$gen_B \cup (x - kill_B)$	$use_B \cup (x - def_B)$	$e_gen_B \cup (x - e_kill_B)$
Boundary	$OUT[ENTRY] = \emptyset$	$IN[EXIT] = \emptyset$	$OUT[ENTRY] = \emptyset$
Meet (\wedge)	\cup	\cup	\cap
Equations	$OUT[B] = f_B(IN[B])$ $IN[B] = \bigwedge_{P, pred(B)} OUT[P]$	$IN[B] = f_B(OUT[B])$ $OUT[B] = \bigwedge_{S, succ(B)} IN[S]$	$OUT[B] = f_B(IN[B])$ $IN[B] = \bigwedge_{P, pred(B)} OUT[P]$
Initialize	$OUT[B] = \emptyset$	$IN[B] = \emptyset$	$OUT[B] = U$

Pozn: Ullman všetky úlohy formuluje pre horný polozväz a hľadá minimálny pevný bod.

Duálny problém dolný polozväz a maximálny pevný bod.

Úplný zväz potrebujeme len pre obojsmerné problémy.

DFA úlohy z dračej knihy 2

	(a) Anticipated Expressions	(b) Available Expressions
Domain	Sets of expressions	Sets of expressions
Direction	Backwards	Forwards
Transfer function	$f_B(x) = e_use_B \cup (x - e_kill_B)$	$f_B(x) = (anticipated[B].in \cup x) - e_kill_B$
Boundary	$IN[EXIT] = \emptyset$	$OUT[ENTRY] = \emptyset$
Meet (\wedge)	\cap	\cap
Equations	$IN[B] = f_B(OUT[B])$ $OUT[B] = \bigwedge_{S, succ(B)} IN[S]$	$OUT[B] = f_B(IN[B])$ $IN[B] = \bigwedge_{P, pred(B)} OUT[P]$
Initialization	$IN[B] = U$	$OUT[B] = U$

Anticipated expressions = very busy expressions

DFA úlohy z dračej knihy 3

	(c) Postponable Expressions	(d) Used Expressions
Domain	Sets of expressions	Sets of expressions
Direction	Forwards	Backwards
Transfer function	$f_B(x) = (earliest[B] \cup x) - e_use_B$	$f_B(x) = (e_use_B \cup x) - latest[B]$
Boundary	$OUT[ENTRY] = \emptyset$	$IN[EXIT] = \emptyset$
Meet (\wedge)	\cap	\cup
Equations	$OUT[B] = f_B(IN[B])$ $IN[B] = \bigwedge_{P, pred(B)} OUT[P]$	$IN[B] = f_B(OUT[B])$ $OUT[B] = \bigwedge_{S, succ(B)} IN[S]$
Initialization	$OUT[B] = U$	$IN[B] = \emptyset$

$earliest[B] = anticipated[B].in - available[B].in$

$latest[B] = (earliest[B] \cup postponable[B].in) \cap$

$(e_use_B \cup \neg(\bigcap_{S \in succ(B)} (earliest[S] \cup$

$postponable[S].in)))$

Atypické DFA úlohy – sign analysis

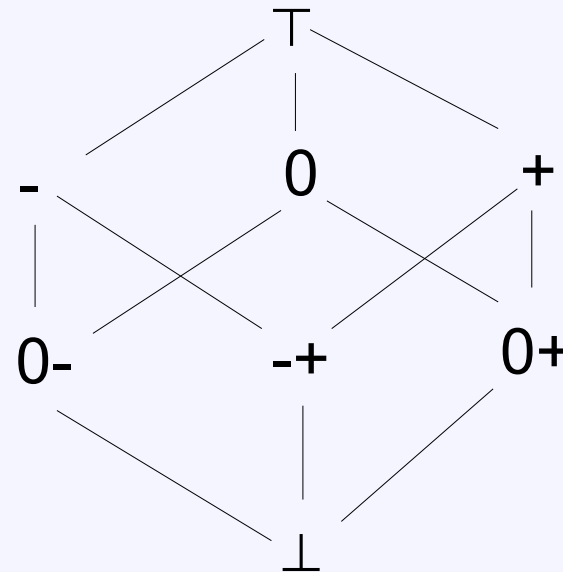
- Zaujímať sa len o znamienká premenných a výrazov.

Výpočtový zväz

Dolný polozväz.

Dopredná úloha.

⊥ je chybová hodnota napr. delenie nulou.



Tabuľka násobenia

x	⊥	0-	-+	0+	-	0	+	⊥
⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	0	⊥	⊥
0-	⊥	0+	⊥	0-	0+	0	0-	⊥
-+	⊥	⊥	-+	⊥	-+	0	-+	⊥
0+	⊥	0-	⊥	0+	0-	0	0+	⊥
-	⊥	0+	-+	0-	+	0	-	⊥
0	0	0	0	0	0	0	0	⊥
+	⊥	0-	-+	0+	-	0	+	⊥
⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥

Modus operandi:

Výrazy v blokoch vyhodnocujeme podľa tabuliek operácií.

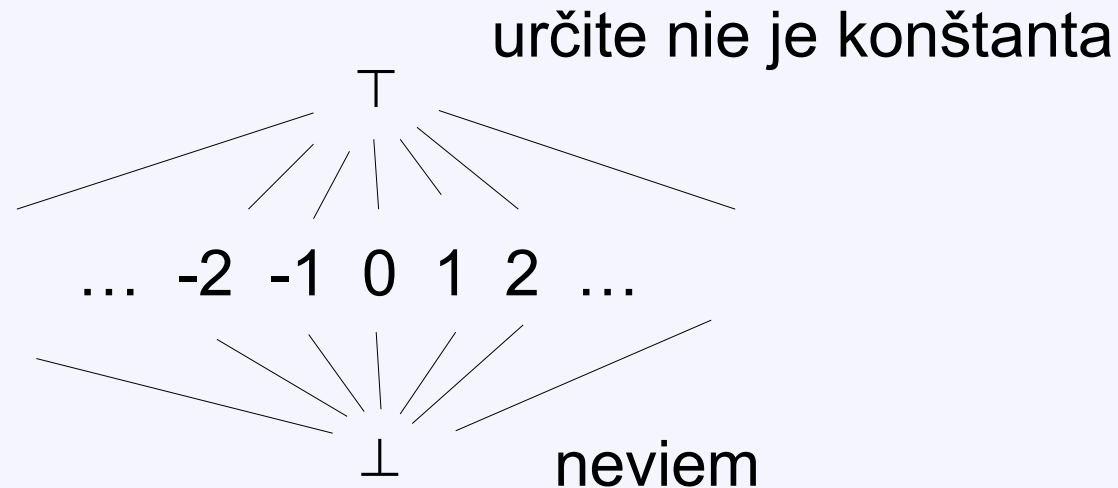
Výrazy, ktoré vznikli po rôznych cestách podľa zväzových operácií.

Prenosové funkcie:

Na počiatku každá premenná má hodnotu ⊥. Príkaz $v := c$ priradí premennej v jednu z hodnôt $\{-, 0, +\}$, podľa hodnoty konštanty c . Priradovací $v := a \text{ op } b$. Určí hodnotu premennej v z hodnôt operandov podľa tabuľky pre operáciu op .

Constant folding, constant propagation

- Používa sa:



- Skúsil by som:

Dá sa využiť, že:

$$0 \times v = 0$$

$$a / a = 1$$

Nevýhoda: Treba vzlášť sledovať aj rovnosť konštánt po cestách.

