Dobrovoľná domáca úloha 1

Termín odovzdania: **utorok 3. 11. 2026, 23:59**

Toto je dobrovoľná domáca úloha. Slúži na to, aby ste si vedeli precvičiť preberané témy. Odporúčame nepoužívať AI. Tieto úlohy by ste mali byť schopní vyriešiť samostatne. Takéto sa môžu objaviť na semestrálnej písomke za uvedený počet bodov. Ak úlohy nebudete vedieť vyriešiť, radšej sa nás spýtajte (osobne / mailom).

Za úlohu nie sú žiadne body. Síce vrámci spätnej väzby Vám napíšeme aj body, ale to len pre vašu približnú predstavu, aby ste vedeli, ako by ste obstáli na písomke.

Úloha 1. *(4 body)* Rozhodnite, či je nasledovný zložený výrok tautológia:

$$[(a \wedge \neg b) \vee (c \wedge (d \Rightarrow e))] \Rightarrow [c \vee ((b \vee \neg e) \wedge a) \vee (a \wedge e)].$$

Úloha 2. *(4 body)* Dokážte: $\exists k \in \mathbb{R} \colon \forall x, y \in \mathbb{R} \colon x^2 + ky^2 \geq 6xy$.

Úloha 3. *(5 bodov)* Dokážte, že pre každé celé číslo $n \geq 0$ platí $3 \cdot 2^n > 5n - 4$.